



小宮研究  
KOMIYA KENKYU  
第1号「掘削解析の誕生」

令和5年3月22日発行

本書の全部あるいは一部を引用する場合は、引用元として、  
「小宮研究、第1号、2023年3月22日発行」と明記してください。

*If you quote something, please specify it in your references as;  
'KOMIYA KENKYU, No.1, March 2023'.*

「小宮研究」創刊号のテーマは「掘削解析の誕生」です。

私の博士論文の最大の成果は、シールドトンネル工事におけるシールド機の掘進に伴う土の物理現象を解明するための数値解析法を発明したことだと思います。この解析に必要なシールド機の切羽における地盤掘削の数値解析モデルには、まったく新しい発想が必要でした。私は、次のような発見によってこのモデルをつくり上げました。  
「ある物体(現象)に力(駆動力)が作用して、物体が変形(状態が変化)したとします。変形前の物体の任意の一部分の形が、変形後には、物体のどこでどんな形になるかという問題は、既に様々な方法が提案されているので比較的簡単に予測できます。しかし、既に変形した後の物体(現象)の任意の部分の任意の形(状態)を持つ領域が、物体が変形(変化)する前は、物体のどこにあって、どんな形や状態にあったかということを知ることは、非常に難しいのです。私は、後者の問題が解けるようになれば、物理学的な保存則が成立しない問題、例えば一様に流れる簡単な問題ではない、境界の内部の任意の部分で湧き出しや消滅を伴うような複雑な問題を解くことができることに気づきました。そして、その問題を解くための応用数学の理論を構築し、具体的な答えを得るための数値解析の方法をつくりあげました。さらに、その方法を使って、固体と液体と気体でできている複雑な混合体を対象にして、境界条件として質量保存則が成り立たないように見える問題の答えを導くことに成功しました。得られた解は、自然現象の観測結果と高い精度で一致し、私が提案した理論と解析法が正しいことが証明されました。今は、若い人たちが、30年前に生み出された私の理論と方法を学び、使用し、議論し、批判し、より良いモデルを作成することを心から願っています。

本書には、私の解析法を初めて世に出した学術論文と、掘削解析について書いた私の博士論文の第2章を掲載します。

令和5年3月22日

小宮一仁

第5回計算力学シンポジウム報文集  
日本科学技術連盟、1991年11月

## 有限要素法によるシールドトンネル掘削のシミュレーションと地盤挙動解析

早稲田大学 ○小宮 一仁<sup>1)</sup>  
早稲田大学 赤木 寛一<sup>2)</sup>

### 1. まえがき

近年、大都市周辺部の地下空間の過密化から、既設の構造物に近接したシールドトンネル工事が増加している。そのため、シールドトンネル工事に伴い発生する地盤変状を正確に予測し、シールドトンネル工事が近接構造物に及ぼす影響を評価する必要が生じている。従来、シールドトンネル工事に伴い発生する地盤変状を予測するための有効な手段として有限要素法による数値解析が数多く行われている。しかしながら、シールド機後方のジャッキ推進力によるシールド機の推進状況をシミュレートしてシールド機の推進に伴い発生する地盤変状を経時的に解析した例は少ない。その理由として、シールド機切羽の掘削状況のモデル化の困難さがあげられる。

本研究は、シールド機が掘削地山を取り込みながら推進する状況を地盤要素の再分割による比較的簡便な方法によってモデル化して3次元有限要素法を用いたシールドトンネル掘削の数値解析シミュレーションを行い、シールド機推進に伴うシールド機の姿勢の変化および地表面の変位挙動について考察を行ったものである。

### 2. 解析の概要および掘削状況のモデル化

#### 2. 1 解析の概要

本解析ではシールド機を弾性体、粘土地盤を粘塑性体と仮定した。またシールド機周面とそれに接する地盤の間には作用せん断応力が降伏値に達するとすべりを生じるジョイント要素を配置して、シールド機と地盤の間のすべりおよび周面摩擦の影響を考慮した。

粘土地盤の粘塑性解析の構成式には次式に示す一般的な応力状態でのBingham流動則<sup>[1]</sup>を用いた。

$$2\mu_{\text{p1}} \cdot d_{11} = \begin{cases} F \cdot S_{11} & F \geq 0 \\ 0 & F < 0 \end{cases} \quad (1)$$

1) 早稲田大学助手 理工学部土木工学科

〒169 東京都新宿区大久保3-4-1

2) 早稲田大学助教授 理工学部土木工学科

TEL 03-3203-4141 Ext. 73-3521

(1)式中のFは次のような関数である。

$$F = 1 - \tau_s / \sqrt{2 J_2} \quad (2)$$

ここに、 $\mu_{pl}$ ：塑性粘度、 $d_{pl}$ ：粘塑性変形速度テンソル、 $S_{pl}$ ：偏差応力テンソル、 $\tau_s$ ：降伏応力、 $J_2$ ：偏差応力テンソルの第2不变量である。

解析手法には初期ひずみ法<sup>[2]</sup>を用いた。まず自重を考慮した等方弾性計算によって一時的な超過応力を求め、それを(1)式に代入して得られた要素ひずみ速度に弾性計算に用いた剛性マトリクスDを乗じて弾性応力を計算する。次にこの $\sigma$ を生じさせるのに必要な節点力Fを積分により逆算して求め、Fに対してもう一度弾性計算を行って単位時間あたりの粘塑性変形を決定した。以上のようにこの解析手法は比較的簡単な計算の繰り返しであり、3次元計算にも充分適用できる。なおこの解析手法の妥当性は文献<sup>[3]</sup>などに示されている。

## 2.2 シールド機切羽の掘削状況のモデル化

従来シールドトンネル掘削に伴う地盤の変形状況の経時的な解析が困難であった要因の一つとして、シールド機切羽推進時の地山の掘削状況のモデル化の難しさがあげられる。シールド機切羽の掘削状況をモデル化するためには、シールド機が掘削した地山を取り込みながら推進する状況のモデル化が必要である。

実際のシールドトンネル工事では、シールド機切羽部分にカッターカットや泥水圧によって地盤が攪乱された部分が存在し、シールド機切羽はこの攪乱部分を伴って推進する。そこで、シールド機要素の切羽部分にこの攪乱領域を評価する掘削要素を配置して、シールド機推進の各計算ステップごとに掘削要素および掘削要素前方の地山要素を再分割することによって、シールド機が掘削地山を取り込みながら推進する状況のモデル化を試みた。なお、この攪乱部分の物理値はシールド機切羽の掘削状況によって異なるが、ここでは便宜的に地盤要素と同じものとした。

図1はシールド機推進に伴うシールド機切羽掘削の解析法の概略を示したものである。図中斜線で示した要素が掘削要素である。ある時刻tにおいて図1(a)の状態にあるシールド機要素にジャッキ推力に対応する節点力を作用させると、シールド機要素は掘削要素を介してシールド機切羽前方の地盤要素を押して推進し、1計

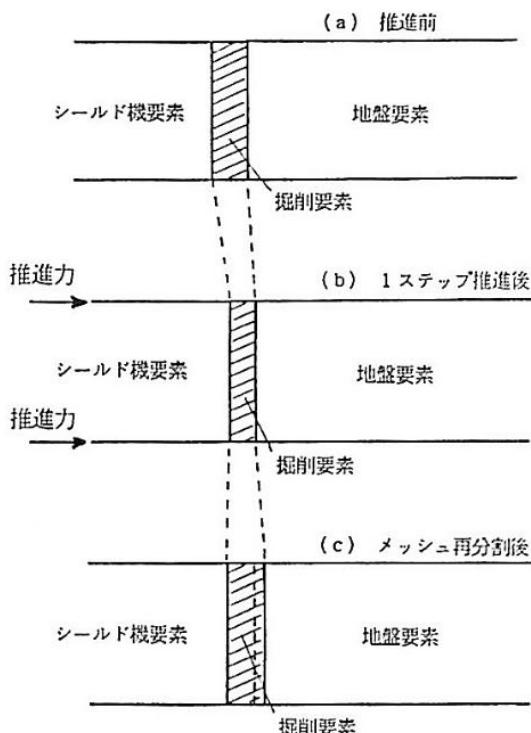


図1 シールド機切羽の掘削のモデル化

表1 入力パラメータ

粘土要素	塑性粘度 $\mu_{pl}$	15000 [kN/m <sup>2</sup> ·s]
	降伏値 $\tau_s$	10 [kN/m <sup>2</sup> ]
	単位体積重量	16 [kN/m <sup>3</sup> ]
シールド機要素	弾性係数 E	$2.0 \times 10^8$ [kN/m <sup>2</sup> ]
	ポアソン比	0.485
	単位体積重量	25 [kN/m <sup>3</sup> ]
ジョイント要素	降伏値 $\tau$	20 [kN/m <sup>2</sup> ]
	時間ステップ	0.01 [s]

算ステップ  $d$   $t$  時間後には図 1 (b) の状態になる。ここで次の計算ステップ実行の前に、掘削要素と地盤要素について、常にシールド機要素の切羽部分に同じ形状の掘削要素が存在するように要素の再分割を行い(図 1 (c))、シールド機が掘削地山を取り込みながら推進する状況をモデル化した。

ここで、この方法の有効性を検証するために、均一な粘土地盤についての平面ひずみ有限要素法解析を行い、掘削要素を配置した場合と配置しない場合の比較を行った。図 2 に解析モデル、また表 1 に解析に用いた入力パラメータを示す。なお粘土の物性値は著者の既往の研究<sup>[4]</sup>をもとに実際の粘土に近いものを想定した。また、シールド機とそれに接する地盤の間にはジョイント要素を配置した。

図 3 は、シールド機要素をジャッキ推進力を想定した節点外力によって推進させた場合の、1 秒、3 秒、5 秒、7 秒および 10 秒後のシールド機切羽の推進状況を示したものである。図 3 (a) が掘削要素を配置した場合、また図 3 (b) が掘削要素を配置しない場合の解析結果である。両結果ともシールド機の自重の影響によってシールド機推進に伴い切羽が下方に向く傾向を示しているが、掘削要素を用いないで解析を行った場合は、シールド機切羽の下端ではほとんど推進がみられずシールド機は倒れるように移動している。一方、掘削要素を用いて解析を行った場合は、時間の経過とともにシールド機が地盤を掘削しながら推進する状況がよくシミュレートされている。

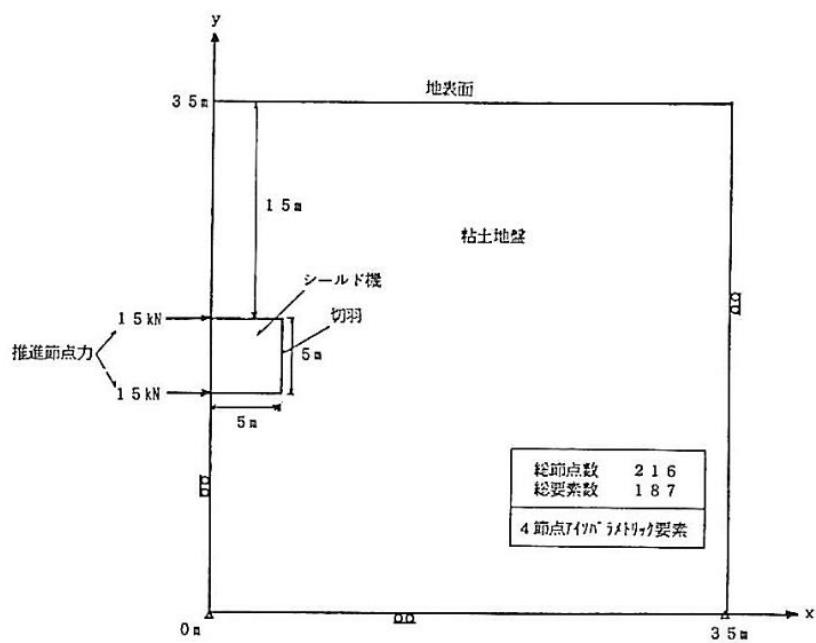


図 2 解析モデル

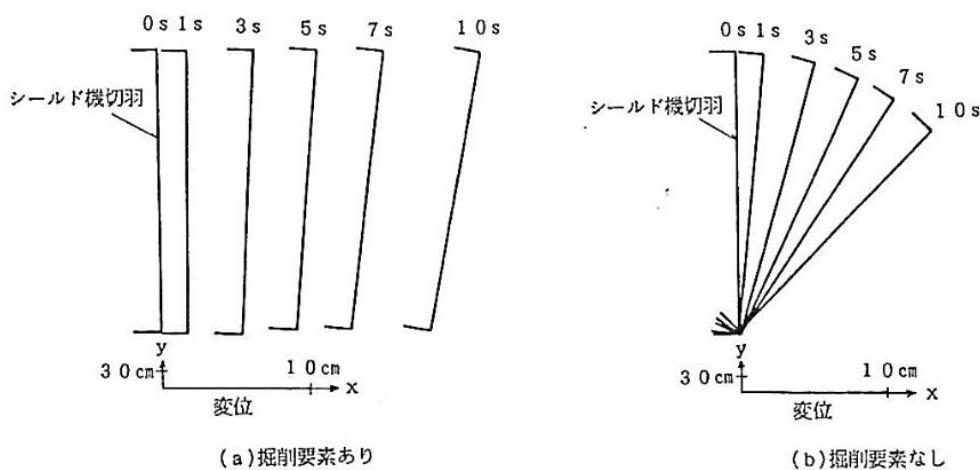


図 3 シールド機切羽の推進状況

### 3. 3次元粘塑性有限要素法によるシールドトンネル掘削のシミュレーション

前節2.2に示した結果を踏まえて、掘削要素を用いた3次元粘塑性有限要素法解析によって、シールドトンネル掘削のシミュレーションを行った。ここでは、実際のシールドトンネル工事を想定して、直径D=5.0[m]のシールド機を粘土地盤内（土被り=10.0[m]）で推進させる解析を行った。図4は解析モデルを示したものである。シールド機の周面には前節2.2で行った解析と同様にジョイント要素を配置した。計算に用いた入力パラメータは表1に示すとおりであり、また粘土地盤は均一であるとした。解析は、シールド機後方のジャッキ推進力に相当する節点外力を図4に示すようにシールド機要素の上下左右4箇所に作用させて行い、またそれぞれの節点外力を違えて図5(a)に示すCase1～Case4の4つの場合について解析結果の比較を行った。

図5は、節点外力を違えたそれぞれの場合について、シールド機推進開始後2秒、5秒および8秒経過後の解析結果を示したものである。図5(b)はシールド機を側方（x軸正方向）から見た場合、図5(c)は上方（z軸正方向）から見た場合の切羽の推進状況を示したものであり、また図5(d)はシールド工事における地表面の先行隆起に相当するシールド機切羽前方3D(=15.0[m])の地表面の変位状況を示したものである。

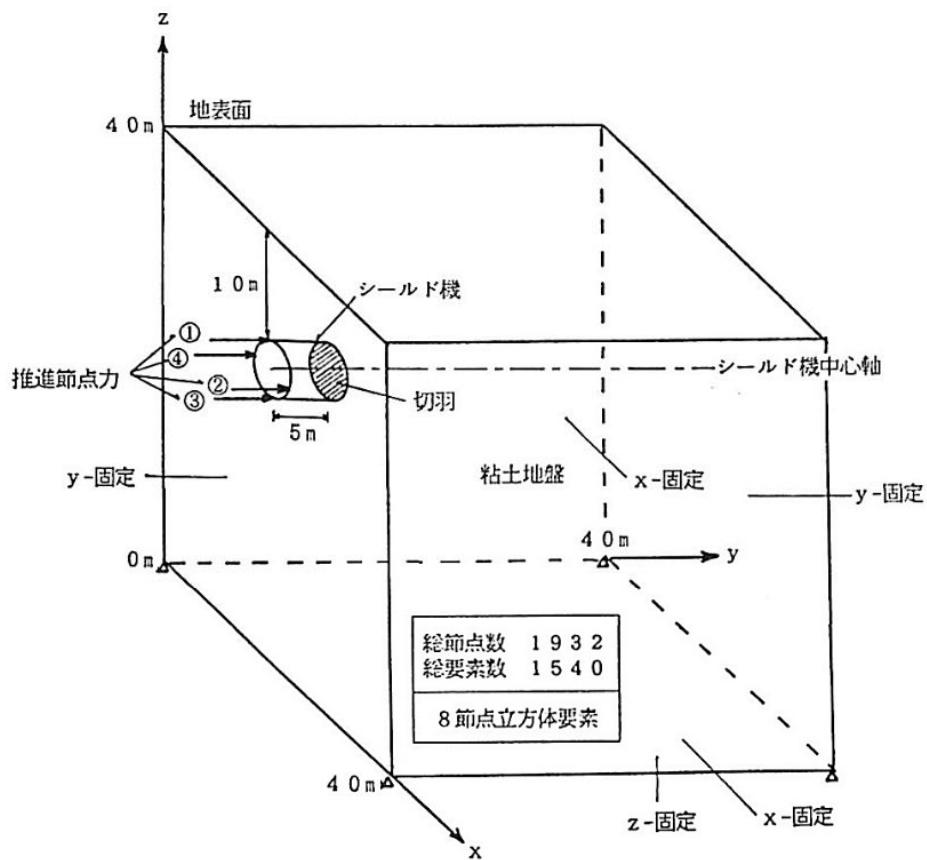


図4 3次元解析モデル

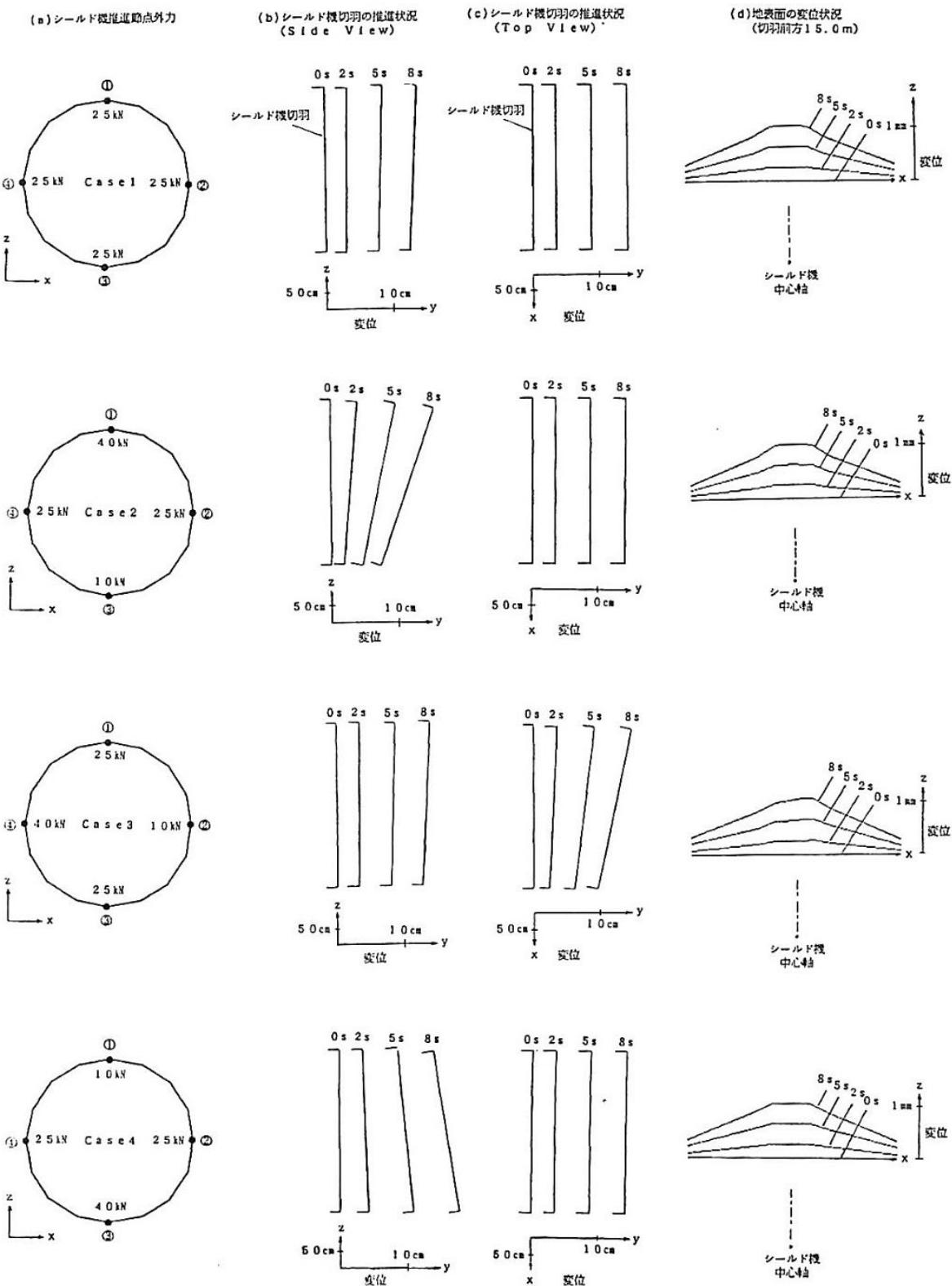


図5 シールド機切羽の推進状況および地表面の変位状況

図5 (b)から、Case 1、Case 3 ではシールド機切羽はシールド機の自重の影響により下方に向かって推進しており、またCase 2 ではシールド機の自重の影響に載荷点①に作用する節点外力の大きい影響が加わり、切羽が下方へ向かう傾向が顕著になっていることがわかる。それに対してCase 4 の場合は、載荷点③に作用する節点外力が大きいためシールド機切羽は上方に向かって推進している。

次に、図5 (c)から、Case 1、Case 2 およびCase 4 では載荷点②および載荷点④に作用する節点外力が等しいため、シールド機切羽は側方（x 軸方向）に曲がることなく推進していることがわかる。一方、Case 3 では載荷点④に作用する節点外力の大きい影響によって、シールド機切羽はx 軸正方向に曲がりながら推進している。この影響は図5 (d)に示した地表面の変位挙動にも現れている。すなわち、Case 1、Case 2 およびCase 4 では、地表面の変位はシールド機中心軸上で最大値を示し、シールド機中心軸から離れるにつれて対称に減少している。それに対して、Case 3 ではシールド機切羽が曲がってゆくx 軸正方向の変位が大きく現れ、シールド機中心軸上方からx 軸正方向に1.9 [m]離れた地点で最大値を示している。

#### 4. まとめ

本研究は、粘塑性3次元有限要素法解析によってシールドトンネル掘削のシミュレーションを行ったものである。実際のシールドトンネル工事で得られた計測結果との比較やシールド機が長距離推進した場合の吟味等を行っていないため、本解析結果のみに基づいてシールドトンネル掘削に伴う経時的な地盤挙動を評価することは適切ではない。しかしながら、本解析の特徴である地盤要素の再分割によるシールドトンネル切羽の掘削状況のモデル化によって、従来解析が困難であったジャッキ推進力によるシールド機推進のシミュレーションが可能となり、シールド機推進に伴うシールド機の姿勢の変化やそれが地表面の変位挙動に及ぼす影響が明らかになった。

#### 参考文献

- [1] Fung, Y. C. :「連続体の力学入門」, 培風館, p. 225～p. 227, 1974 (邦訳)
- [2] I. M. Smith :「有限要素法のプログラミング」, ウィリー・ジャパン, p. 204～p. 205, 1984 (邦訳)
- [3] 森博嗣、谷川恭雄 :「粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析」, 日本建築学会構造系論文集, vol. 374, p. 1～p. 9, 1987
- [4] H. Akagi, K. Komiya :「Earth Pressure Applied to Tunnel Due to the Settlement of Soft Clay」, Proc. International Conference on Geotechnical Engineering for Coastal Development, p. 153～p. 158, 1991



小宮一仁博士学位論文、第 2 章  
早稲田大学、1994 年 3 月

## 第2章 シールドトンネル工事の施工過程を考慮した地盤の挙動解析

### 2.1 本章の目的

近年、シールドトンネル工事に伴い発生する地盤の変形挙動を有限要素法を用いた数値解析によって予測しようとする試みが盛んに行われている。それらの多くはシールドトンネル工事を、トンネル横断面方向あるいはトンネル縦断面方向の平面ひずみ問題・軸対称問題として取り扱い、シールドトンネル工事に伴う周辺地盤の変形に影響を及ぼすさまざまな要因を節点外力や節点変位でモデル化して解析を行うものである。実際、シールド機切羽面における押さえ圧力と土圧のつり合い状況 (e.g. 橋本・高見ら, 1986)、シールド機切羽面の切削現象 (e.g. 赤木・小宮, 1991)、シールド機の掘進に伴う地盤の変形状況 (山田・吉田ら, 1986)、シールド機周面とそれに接する地山との摩擦 (e.g. 森・赤木ら, 1986)、テールボイドの発生および裏込め注入 (e.g. 亀村・桑田, 1991) 等のさまざまな要因を考慮した有限要素法解析が行われ、シールドトンネル工事に伴い発生する地盤の変形挙動の予測に多大な成果をあげている。しかしながら、従来の解析はシールドトンネル掘削以前の地盤の状態を初期条件として個別の要因に基づく解析を行っているものがほとんどであり、シールドトンネル施工状況を再現するには至っていない。

実際のシールドトンネル工事では、シールド機の接近・通過過程において地盤の応力状態やひずみ状態は経時的に変化する。また、シールド機の姿勢の変化の影響とシールド機の周面摩擦の影響がそうであるように、複数の要因が同時に地盤に影響を及ぼす場合も多く存在する。さらに、シールドトンネル施工時の地盤変形に加えて、シールドトンネル施工後長期間にわたって発生する後続沈下の直接的な原因がシールドトンネル施工時における地盤変形に起因した土の乱れにある

ように(森・赤木,1980)、シールドトンネル工事に伴う地盤変形の大部分は、シールドトンネル施工過程で生じる地盤の変形や応力状態・ひずみ状態の変化に起因していると考えられる。したがって、シールドトンネル施工過程を考慮した解析を行い、シールド機の接近・通過に伴う地盤の応力状態・ひずみ状態の変化の適切な評価を行うことは、シールドトンネル工事に伴う地盤の応力～変形挙動を合理的に予測するうえで重要な工学的課題であると考えられる。

従来、有限要素法によるシールドトンネル工事の施工過程を考慮した解析が困難であった理由は、シールド機掘進状況のモデル化、特にシールド機切羽面における掘削地山の取り込み現象のモデル化が困難であったためと考えられる。たとえば泥水式シールド機切羽面ではカッターによって切削された地盤が泥水等と共にシールド機切羽面の取り込み口からシールド機内部に取り込まれる。有限要素法を用いてこのような現象を厳密に解析することは、解析の複雑さから現状では不可能と言わざるを得ない。しかしながら、たとえば開削工事を例にとると、地盤の掘削現象の厳密な解析を行わないまでも、実際の工事の現象を簡単な方法でモデル化して施工過程を考慮した解析が行われ、設計・施工に大きく寄与している(e.g.早川・本多ら,1984)。シールドトンネル工事においても、実際の工事の状況を適切に評価した地盤の掘削現象のモデル化を行うことによって、施工過程を考慮した解析は可能である。

本章では、飽和地盤のシールドトンネル工事について、新たに開発したシールド機切羽前面に掘削によって地盤が攪乱された状態を想定した掘削要素を配置し、掘削要素の変形および掘削要素と地盤要素の再分割による比較的簡便な方法によってシールド機が掘削地山を取り込みながら掘進する状況の有限要素法によるモデル化について述べる。飽和地盤は土粒子骨格と骨格の間隙を満たす間隙水によって構成される2相混合体であるので、飽和土を構成する土粒子骨格の変形と間隙水の移動の両者を考慮した形で、掘削状況のモデル化および有限要素法の定式化を行った。さらに実際のシールドトンネル工事の施工過程を考慮した3次元有限要素法解析の結果とシールドトンネル工事に伴う粘性土地盤の応力および変形挙

動の実測結果との比較に基づいて、シールドトンネル工事に伴う地盤変形の発生機構について基礎的な考察を行った。



## 2.2 土～水連成有限要素法によるシールドトンネル掘削の数値解析

### (1) 土～水連成有限要素法

飽和地盤は、土粒子骨格と骨格の間隙を満たす間隙水によって構成される2相混合体である。したがって、飽和地盤の応力～変形挙動の解析にあたっては飽和土を構成する土粒子骨格の変形と間隙水の移動の両者を考慮しなければならない。飽和地盤の力学挙動を表す数学モデルは、初め Terzaghi(1923) によって提案された。

Terzaghi は、多孔質な土粒子骨格と非圧縮性の間隙水からなる混合体のつり合い式として有効応力の原理を提案し、間隙水の移動の支配法則に Darcy の浸透の法則を用いることによって、熱伝導型の方程式に支配される一次元圧密理論を導いた。Terzaghi の理論が土要素の連続条件から過剰間隙水圧を未知数にもつ支配方程式を導いているのに対し、Biot(1941) は変位と過剰間隙水圧を未知数にもつ微小な土要素のつり合い式、および要素の体積変化と排水量の関係を表す連続条件式を導き、2相混合体の多次元圧密理論を展開した。Biot の理論は土粒子骨格と間隙水の相互作用を含むあらゆる力学挙動の表現を得たものであり、その後の多くの2相混合体の圧密に関する基礎理論となっている。しかしながら、Biot の理論では支配方程式は未知数として過剰間隙水圧と土粒子骨格の変位の両者を含む連立偏微分方程式となるため、その解を解析的に求めることは極めて困難である。そこで、Biot の提案した支配方程式を有限要素法を用いて解析し、未知量としての土粒子骨格の変形と間隙水圧を求めようとする方法が提案された。

Sandhu と Wilson(1969) は等方線形弾性体の土粒子骨格と非圧縮性の間隙水によって構成される土を仮定して、つり合い方程式および連続の式から導いた汎関数を有限要素で空間的に離散化し、節点における未知量として得られた土粒子骨

格の変位および間隙水圧をさらに時間的に離散化する有限要素法解析法を提案した。Sandhu らの方法は数学的に高度に完成されたものであるが、一方で係数行列内に土粒子骨格の剛性と間隙水の浸透性が混在しているために、外力載荷直後の非排水解析時には係数行列の対角線上に 0 項が多く出現し精度の良い解を得るのが困難であるという欠点を有している(山上・田村,1989)。

一方、Christian と Boehmer(1970) は間隙水圧を要素の重心点で評価し、隣合う要素間の間隙水の流入出によって発生する主要素の体積ひずみに対応した幾何学的境界条件を課すことによってつり合い方程式を解く方法を提案した。

Christian らの方法は Sandhu らの方法に比べて未知量としての間隙水圧の計算の精度はやや劣るもの、載荷直後の非排水解析が容易であり、本解析のようにシールド機推進時に絶えず載荷が繰り返される問題には適している。このような理由から本解析では Christian らの方法を採用し、要素節点における土粒子骨格の変形と要素の重心点で評価した過剰間隙水圧を未知量として Biot の多次元圧密方程式を解く。

土～水連成有限要素法の要素剛性方程式の定式化は以下に示すとおりである。なお、支配方程式はすべて速度型で記述し、問題を速度型の境界値問題として取り扱う。また本節においては以下の記号を定義する。

変形過程の任意の時刻  $t$  とそれに近い時刻  $t+dt$  における地盤の任意の点の変位ベクトルをそれぞれ  $u_i$ 、 $u_i + \dot{u}_i dt$ 、ひずみテンソルを  $\varepsilon_{ij}$ 、 $\varepsilon_{ij} + \dot{\varepsilon}_{ij} dt$ 、全応力テンソルを  $\sigma_{ij}$ 、 $\sigma_{ij} + \dot{\sigma}_{ij} dt$ 、有効応力テンソルを  $\sigma'_{ij}$ 、 $\sigma'_{ij} + \dot{\sigma}'_{ij} dt$  および過剰間隙水圧を  $p_e$ 、 $p_e + \dot{p}_e dt$  とする。ドット記号は速度(時間偏微分)、添記号<sub>i</sub>は  $\frac{\partial}{\partial x_i}$  を表す。

### (a) 力のつり合い式の離散化

土は土粒子骨格の応力～ひずみ関係に従って変形するが、飽和土が変形するためには間隙水の移動を伴わなければならない。有効応力の原理が仮定されている

力学場では間隙水の存在は土粒子骨格の応力～ひずみ関係になんら影響を及ぼさないので、間隙水の存在は土粒子骨格の体積変化を拘束する幾何学的条件となる。したがって、過剰間隙水圧は土粒子骨格の体積変化を抑える拘束力となり微小要素の速度型の力のつり合い式は次式のようになる (Biot,1941、APPENDIX 2-A)。

$$\frac{\partial \dot{\sigma}'_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{p}_e}{\partial x_i} = 0 \quad (2-1)$$

なお、ここでは自重による圧密が終了した時点での変形を取り扱い、間隙水圧についても静水圧の値に依存しない過剰間隙水圧を未知量とするので、(2-1) 式中に物体力の項は現れない。

応力境界  $\Gamma_\sigma$  における応力境界条件は、 $n_i$  を境界上での外向き単位法線ベクトル、 $T_i$  を応力境界における全応力と等価な表面力ベクトルとして、

$$\dot{\sigma}'_{ij} n_i + \dot{p}_e n_i = \dot{T}_i \quad (\subseteq \Gamma_\sigma) \quad (2-2)$$

と表せる。そこで変位境界  $\Gamma_u$  において 0 であるような仮想変位速度ベクトル  $\dot{u}_i$  を試験関数に選び、またひずみ～変位関係  $\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})$  を用いて (2-1) 式のつり合い式の弱形式表現を得ると次式の仮想仕事式が導かれる (APPENDIX 2-B)。

$$\int_V \dot{\sigma}'_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_V \dot{p}_e \dot{\varepsilon}_v dV = \int_{\Gamma_\sigma} \dot{T}_i \dot{u}_i dS \quad (2-3)$$

ここに、 $\varepsilon_v$  は体積ひずみ ( $\varepsilon_v = \varepsilon_{ij} \delta_{ij}$ 、 $\delta_{ij}$  は Kronecker のデルタ記号) である。

ここで、任意の要素内の点における変位速度ベクトル  $\{u\}$  を要素の節点の変位速度ベクトル  $\{\dot{u}_e\}$  で近似する形状関数  $[N^e]$ 、形状関数を微分して得られる変位～ひずみマトリクス  $[B]$  および変位～ひずみマトリクスから導かれる要素の節点変位速度ベクトルを要素の体積ひずみ速度に変換するベクトル  $\{C^T\}$  を次のよ

うに定義し、(添え字<sup>T</sup>は転置を示す。)

$$\{\dot{u}\} = [N_j^e]\{\dot{u}_e\} \quad (2-4)$$

$$\{\dot{\varepsilon}\} = [B]\{\dot{u}_e\} \quad (2-5)$$

$$\dot{\varepsilon}_v = \{C^T\}\{\dot{u}_e\} \quad (2-6)$$

(2-3) 式に (2-4),(2-5),(2-6) 式および既知の速度型の構成則  $[D]$  を導入すると次式の有限要素法要素剛性方程式が導かれる(飯塚,1988)。

$$[K] \Delta \{u\} + \{L_e\} \Delta \{p_e\} = \Delta \{F\} \quad (2-7)$$

ここに、

$$[K] = \int_V [B]^T [D] |_t [B] dV \quad (2-8)$$

$$\{L_e\} = \int_V \{C\} dV \quad (2-9)$$

$$\Delta \{F\} = \int_{\Gamma_e} [N^e]^T \Delta \{T_i\} dS \quad (2-10)$$

添え字 $\Delta$ は、時刻 $t$ から時刻 $t+dt$ までの増分である。

### (b) 連続条件式の離散化

いま図2-1のような各辺の長さが $dx, dy, dz$ 、 $x, y, z$ 方向の透水係数がそれぞれ $k_x, k_y, k_z$ であるような土要素を考える。ここでは透水係数の場所による変化はないものとする。この土要素に要素の境界 $S_{yz}|_{x=x}$ を通って流入する $x$ 方向の間隙水の流速を $v_x$ 、境界 $S_{yz}|_{x=x+dt}$ を通って $x$ 方向に流出する間隙水の流速を $v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$ とすると、時間 $dt$ に土要素内の $x$ 方向に流入(出)する間隙水の体積 $V_{wx}$ は、

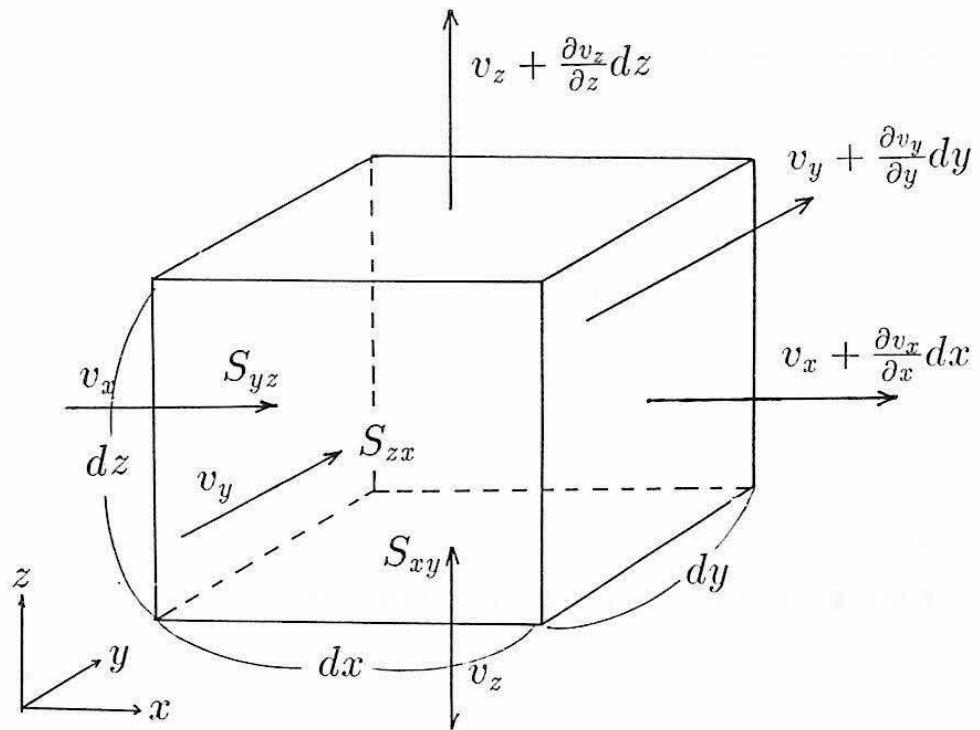


図2-1 土要素の間隙水の流れ

$$V_{wx} = (v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx - v_x) dy dz \cdot dt = \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy dz dt \quad (2-11)$$

である。

$y$ 方向および $z$ 方向についても同様に考えて、時間 $dt$ に土要素に流入（出）する $y$ 方向、 $z$ 方向の間隙水の体積 $V_{wy}$ ,  $V_{wz}$ はそれぞれ、

$$V_{wy} = \frac{\partial v_y}{\partial y} dx dy dz dt \quad (2-12)$$

$$V_{wz} = \frac{\partial v_z}{\partial z} dx dy dz dt \quad (2-13)$$

であるので、時間 $dt$ に要素全体に流入（出）する間隙水の体積 $V_w$ は、

$$V_w = V_{wx} + V_{wy} + V_{wz} = (\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}) dx dy dz dt \quad (2-14)$$

となる。ここで、間隙水の移動に Darcy の浸透法則を仮定すると、

$$v_x = k_x i_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \frac{\partial p_e}{\partial x} \quad (2-15)$$

$$v_y = k_y i_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{k_y}{\gamma_w} \frac{\partial p_e}{\partial y} \quad (2-16)$$

$$v_z = k_z i_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial p_e}{\partial z} \quad (2-17)$$

ここに、 $i_x, i_y, i_z$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の動水勾配、 $h$  は全水頭、 $\gamma_w$  は間隙水の単位体積重量である。

(2-15)~(2-17) 式を (2-14) 式に代入すると時間  $dt$  に土要素に流入（出）する間隙水の体積  $V_w$  は、

$$V_w = -\frac{1}{\gamma_w} (k_x \frac{\partial^2 p_e}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p_e}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p_e}{\partial z^2}) dx dy dz dt \quad (2-18)$$

と表せる。

特に透水性が等方 ( $k_x = k_y = k_z = k$ ) の場合は、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  として、

$$V_w = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p_e dx dy dz dt \quad (2-19)$$

である。

ここで、同じ時間  $dt$  に土要素に図 2-2 のような変形が生じたとする。

$x$  方向の伸びは、

$$\left( \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial t} dt \right) dx \right) - \frac{\partial u}{\partial t} dt = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} dt dx \quad (2-20)$$

同様に  $y, z$  方向の伸びは、

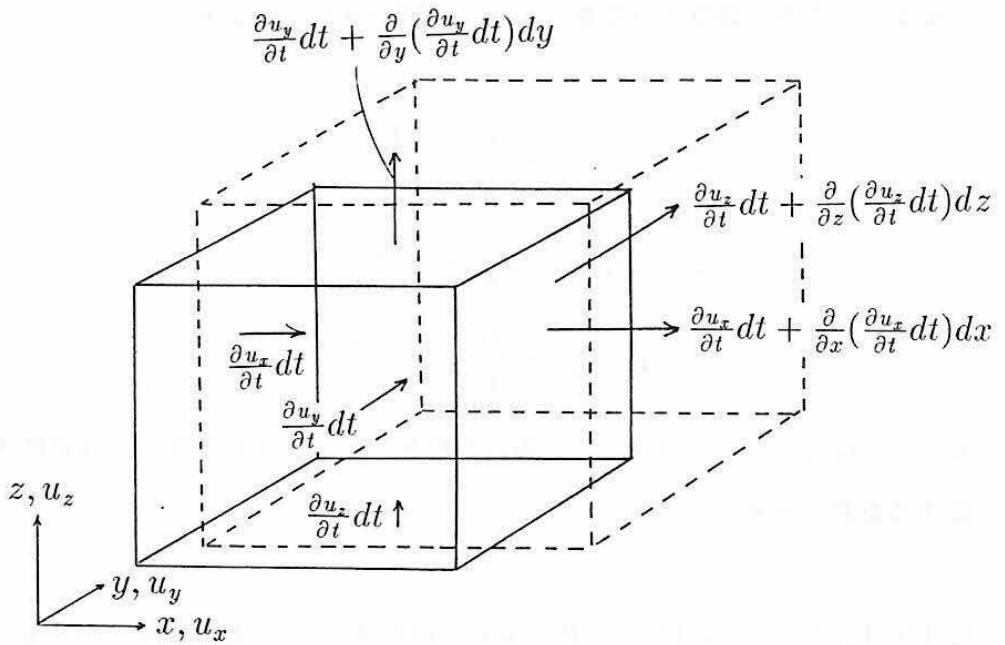


図2-2 土要素の体積変化

$$\left( \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial t} dt \right) dy \right) - \frac{\partial v}{\partial t} dt = \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} dt dy \quad (2-21)$$

$$\left( \frac{\partial w}{\partial t} dt + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w}{\partial t} dt \right) dz \right) - \frac{\partial w}{\partial t} dt = \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} dt dz \quad (2-22)$$

と表せるので、時間 dt における土要素の体積変化  $V_s$  は微小項を無視して、

$$\begin{aligned} V_s &= \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} \right) dx dy dz dt \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dx dy dz dt \\ &= \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} dx dy dz dt \end{aligned} \quad (2-23)$$

飽和土では土粒子骨格の体積変化量と間隙水の排水量は等しくなければならぬ

いので、 $V_s = V_w$  とおくことによって次式の連続条件式が導かれる。

$$-\frac{1}{\gamma_w} \left( k_x \frac{\partial^2 p_e}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p_e}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p_e}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (2-24)$$

特に、透水係数が等方 ( $k_x = k_y = k_z = k$ ) の場合には、

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p_e = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (2-25)$$

である。

(2-24) 式を、境界  $S$ , ( $S = S_{xy} \cup S_{yz} \cup S_{zx}$ ) をもつ任意の要素の領域  $V$  について積分する。

(2-24) 式の左辺は、

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\gamma_w} \int_V \left( k_x \frac{\partial^2 p_e}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p_e}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p_e}{\partial z^2} \right) dV \\ &= -\frac{1}{\gamma_w} \left( \int_{S_{yz}} k_x \frac{\partial p_e}{\partial x} dS_{yz} + \int_{S_{zx}} k_y \frac{\partial p_e}{\partial y} dS_{zx} + \int_{S_{xy}} k_z \frac{\partial p_e}{\partial z} dS_{xy} \right) \quad (2-26) \\ &= -\int_S \frac{k_i}{\gamma_w} \frac{\partial p_e}{\partial x_i} dS \end{aligned}$$

(2-24) 式の右辺は、

$$\int_V \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} dV = \int_V \dot{\varepsilon}_v dV \quad (2-27)$$

であるので、式 (2-26)=(2-27) 式とおいて、

$$-\int_S \frac{k_i}{\gamma_w} \frac{\partial p_e}{\partial x_i} dS = \int_V \dot{\varepsilon}_v dV \quad (2-28)$$

(2-28) 式の右辺は (2-6) 式および (2-9) 式を用いて、

$$\int_V \dot{\varepsilon}_v dV = \int_V \{C^T\} \{\dot{u}_e\} dV = \{L_e\} \Delta \{\dot{u}_e\} \quad (2-29)$$

と離散化される。

一方、(2-24) 式の右辺は時間  $dt$  間に要素の境界面を通過する間隙水の体積に等しい。Christian・Boehmer の方法では過剰間隙水圧の値は要素の重心点で評価される。そこで図 2-3 に示すように、 $l_{ix}$ 、 $l_{iy}$ 、 $l_{iz}$  をそれぞれ任意の要素  $\alpha$  の重心点  $c_\alpha$  と要素  $\alpha$  に隣接する要素  $i$  の重心点  $c_i$  を結ぶベクトルの  $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分の長

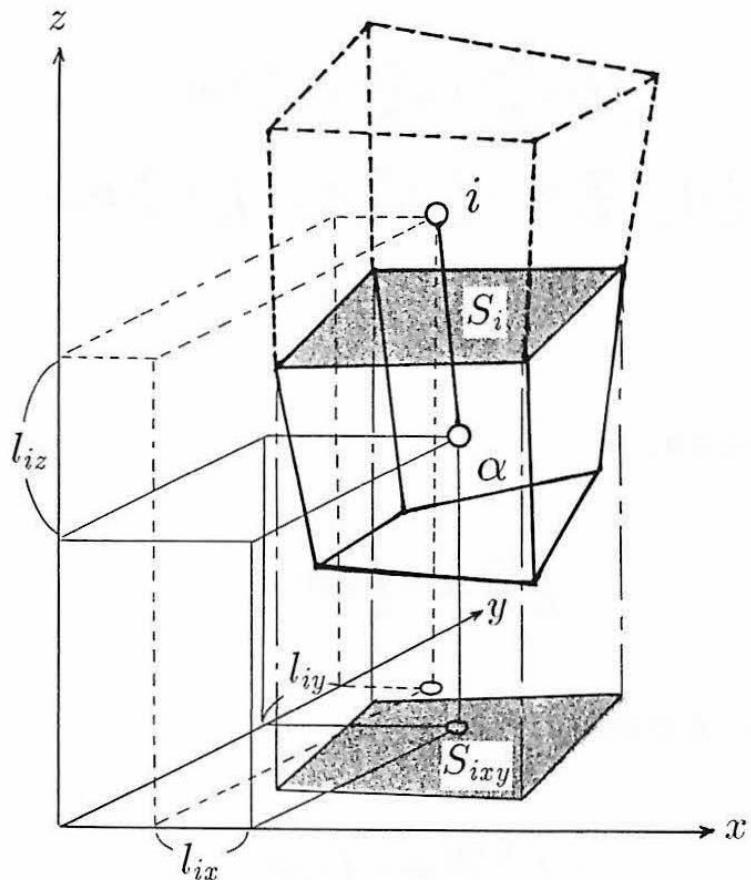


図2-3 過剰間隙水圧の消散モデル

さ、 $s_{ixy}$ 、 $s_{iyz}$ 、 $s_{izx}$  をそれぞれ隣接する要素  $i$  との境界面  $S_i$  の  $xy$ 、 $yz$ 、 $zx$  平面上への正射影の面積として、

$$\omega = \frac{k_x dt}{\gamma_w} \sum \frac{s_{iyz}}{l_{ix}} + \frac{k_y dt}{\gamma_w} \sum \frac{s_{izx}}{l_{iy}} + \frac{k_z dt}{\gamma_w} \sum \frac{s_{ixy}}{l_{iz}} \quad (2-30)$$

$$\omega_i = \frac{k_x dt}{\gamma_w} \frac{s_{iyz}}{l_{ix}} + \frac{k_y dt}{\gamma_w} \frac{s_{izx}}{l_{iy}} + \frac{k_z dt}{\gamma_w} \frac{s_{ixy}}{l_{iz}} \quad (2-31)$$

を定義すると、時間  $dt$  間に要素の境界を通過する間隙水の体積  $\Delta V_{ew}$  は、

$$\Delta V_{ew} = \omega p_e|_{t+dt} - \sum \omega_i p_{ei}|_{t+dt} \quad (2-32)$$

と表すことができる（赤井・田村, 1978、飯塚・八嶋, 1989）。

したがって (2-28) 式の右辺は、

$$\int_S \frac{k_i}{\gamma_w} \frac{\partial p_e}{\partial x_i} dS = \Delta V_{ew} = \omega p_e|_{t+dt} - \sum \omega_i p_{ei}|_{t+dt} \quad (2-33)$$

のように離散化することができ、(2-29) 式、(2-33) 式より、(2-24) 式の連続条件式の離散化方程式は次式のように表される。

$$\{L_e\} \Delta \{u_e\} = -(\omega p_e|_{t+dt} - \sum \omega_i p_{ei}|_{t+dt}) \quad (2-34)$$

土粒子骨格の変形と間隙水の移動を考慮した土～水連成有限要素法の要素剛性方程式は、(2-7) 式および (2-34) 式を連立することによって次式のように導かれる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta F + L_e p_e|_t \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_e & L_e \\ L_e & \omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_e \\ p_e|_{t+dt} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \sum \omega_i p_{ei}|_{t+dt} \end{Bmatrix} \quad (2-35)$$

## (2) 有限要素法によるシールド機切羽の掘削現象のモデル化

実際のシールドトンネル工事では、シールド機切羽前方部分にカッター切削等によって地盤が攢乱された部分が存在し、シールド機切羽はこの攢乱部分を伴って進行する。そこで、解析ではシールド機要素の切羽部分に掘削による地盤の攢乱領域を想定した掘削要素を配置し、各計算ステップごとに掘削要素および地盤要素を再分割することによって、シールド機が掘削地山を取り込みながら掘進する状況のモデル化を試みた。

図2-4はシールド機掘進に伴うシールド機切羽掘削のモデル化の概略を示したものである。図中斜線で示した要素が掘削要素である。ある時刻 $t$ において図2-

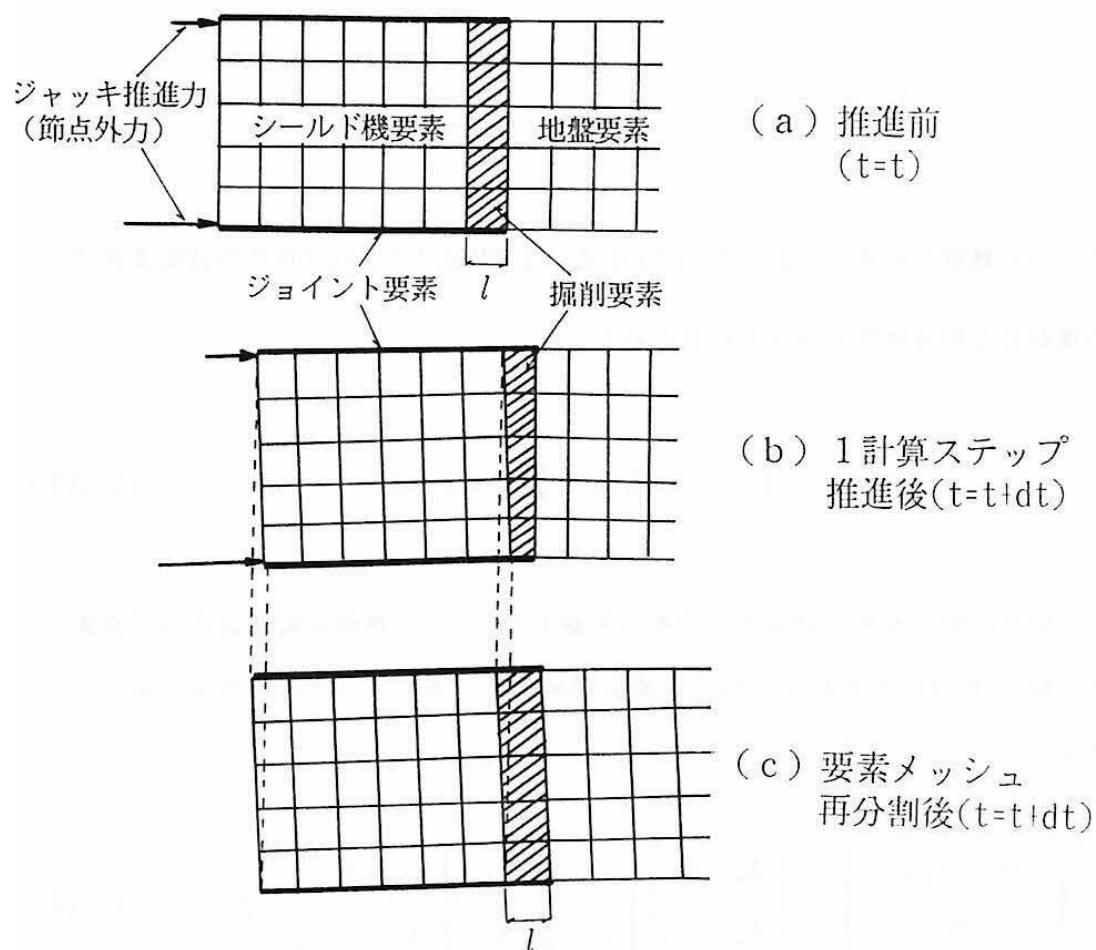


図2-4 シールド機切羽掘削現象のモデル化

4(a) の状態にあるシールド機要素にジャッキ推力に対応する節点力を作用させると、シールド機要素は掘削要素およびシールド機切羽近傍の地盤要素を押して変形させ、1 計算ステップ  $dt$  時間後には図 2-4(b) の状態になる。ここで次の計算ステップ実行の前に、掘削要素と地盤要素について、シールド機要素の切羽部分に図 2-4(a) の掘進前と同じ厚さと形をもつ掘削要素が存在するように要素の再分割を行うと、結果的にシールド機が地山を取り込みながら掘進した状況をモデル化することができる。この方法では掘削要素が常にシールド機切羽前面に配置されるため、泥水加圧シールド工事の泥水圧力や気泡シールド工事の気泡圧力に相当する圧力を掘削要素に作用させて、これらの圧力に等価な節点力をシールド機要素および掘削要素に接する地盤要素に作用させることで、シールド機切羽に作用する泥水圧力や気泡圧力の影響を考慮することが可能である。

### (3) 土～水連成有限要素法における地盤要素メッシュ再分割法

(2) で述べたシールド機切羽掘削現象のモデル化は、シールド機切羽前方部分の地盤の攪乱された領域を想定した掘削要素の配置と、掘削要素と地盤要素の変形および要素メッシュの再分割によって行われる。有限要素メッシュの再分割は、一般的な構造解析における要素の幾何学的なひずみの進展による計算誤差の蓄積の防止や破壊力学におけるき裂伝播による幾何学的な形状変化の評価のためにすでに多くの解析で採用されている (cf. 谷口, 1992)。しかしながら、土～水連成有限要素法を対象とした要素メッシュの再分割の理論は未だ確立されていない。そこで、ここでは土～水連成有限要素法解析における要素メッシュ再分割法を提案し、一次元圧密問題の解析によって提案した再分割法の妥当性を検証する。

ここでは簡単のため図 2-5 の実線で示すように、ある時刻  $t$  における 4 節点アイソパラメトリック要素  $\alpha$  と要素  $\alpha$  を構成する節点  $n_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) および要素  $\alpha$  に隣接する要素  $\beta_1 \sim \beta_8$  を考える。今、計算ステップ  $dt$  の間に要素  $\alpha$  の各節点に  $\{\delta u_i\}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) の変位ベクトル増分が生じ、要素  $\alpha$  が図 2-5 の破線で示すように変形したとすると、変形による要素  $\alpha$  の有効応力ベクトルの増分  $\{\delta' \sigma_\alpha\}$  は

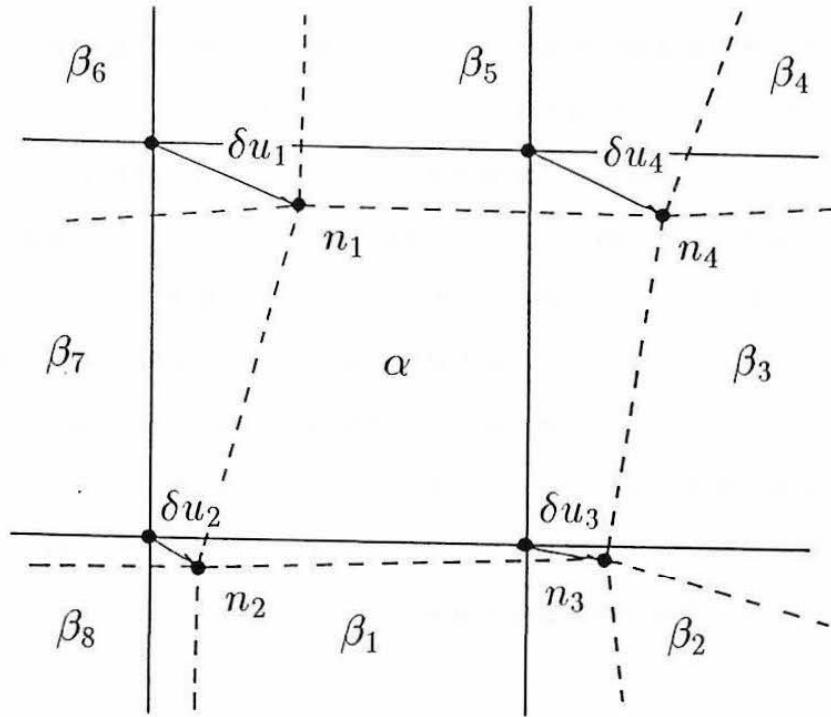


図2-5 有限要素メッシュの変形状況

次式で示される。

$$\{\delta\sigma'_\alpha\} = \int_{V_\alpha} [K_\alpha][B_\alpha]\{\delta u_n\}dV \quad (2-36)$$

ここに、 $[K_\alpha]$  は要素  $\alpha$  の土粒子骨格の要素剛性マトリクス、 $[B_\alpha]$  は要素  $\alpha$  の変位～ひずみマトリクス、 $V$  は要素  $\alpha$  の体積である。

したがって、時刻  $t + dt$  における要素  $\alpha$  の有効応力ベクトル  $\{\sigma'_\alpha\}|_{t+dt}$  は、

$$\{\sigma'_\alpha\}|_{t+dt} = \{\sigma'_\alpha\}|_t + \{\delta\sigma'_\alpha\} \quad (2-37)$$

ここに、 $\{\sigma'_\alpha\}|_t$  は時刻  $t$  における要素  $\alpha$  の有効応力ベクトルである。

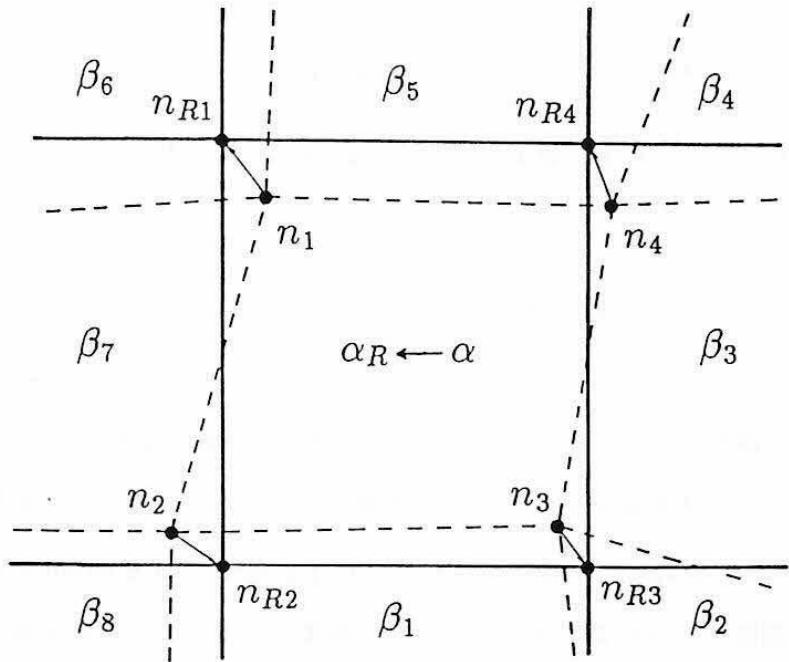


図2-6 有限要素メッシュの再分割

次に変形後の要素  $\alpha$  を図 2-6 に実線で示すような要素  $\alpha_R$  に再分割することを考える。アイソパラメトリック要素の要素内の任意の点の変位増分は、変位増分を求める点に対応する局所座標値を要素の形状関数に代入して補間することによって近似できる。したがって、要素メッシュ再分割後の節点  $n_{Ri}(i = 1, 2, 3, 4)$  の変位増分ベクトル  $\{\delta u_{Ri}\}(i = 1, 2, 3, 4)$  は、節点  $n_{Ri}(i = 1, 2, 3, 4)$  が位置する再分割前の要素  $e$  (たとえば、図 2-6において、節点  $n_{R1}$  は要素  $\beta_6$ 、節点  $n_{R2}$  は要素  $\beta_1$ 、節点  $n_{R3}$  は要素  $\beta_2$ 、節点  $n_{R4}$  は要素  $\beta_5$ ) の形状関数  $\{N_j^e\}$  と要素の節点における変位増分ベクトル  $\{\delta u_{ej}\}(j = 1, 2, 3, 4)$  を用いて次式で求められる。

$$\{\delta u_{Ri}\} = \sum_{j=1}^m \{N_j^e\} \{\delta u_{ej}\} \quad (2-38)$$

ここに、 $m$  は要素を構成する節点数 (この例では  $m=4$ ) である。

計算ステップ  $dt$  の間の再分割後の要素  $\alpha_R$  の有効応力ベクトルの増分  $\{\delta \sigma'_{\alpha R}\}$  は、

$$\{\delta\sigma'_{\alpha R}\} = \int_{V_e} [K_\alpha][B_{\alpha R}]\{\delta u_{\alpha R}\} dV \quad (2-39)$$

となり、これから再分割後の要素  $\alpha_R$  の有効応力ベクトル  $\{\sigma'_{\alpha R}\}|_{t+dt}$  が、

$$\{\sigma'_{\alpha R}\}|_{t+dt} = \{\sigma'_\alpha\}|_t + \{\delta\sigma'_{\alpha R}\} \quad (2-40)$$

のように求まる。

土～水連成解析では、力のつり合い条件に有効応力の原理を導入しているため、全応力のつり合い式を満足するために、要素メッシュの再分割による有効応力の変化量に見合った間隙水圧の補正を行わなければならない。Christian らの提案した方法では間隙水圧は要素の重心点において評価されるスカラー量であり、またせん断応力は間隙水圧に寄与しないことから、有効応力の原理式は垂直応力に関する次式に帰着する。

$$\{\sigma_{ii}\} = \{\sigma'_{ii}\} + p_e \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, (i=1, 2, 3) \quad (2-41)$$

ここに、 $\{\sigma_{ii}\}$  は要素の全垂直応力ベクトル、 $\{\sigma'_{ii}\}$  は要素の有効垂直応力ベクトル、 $p_e$  は要素の重心点で評価された間隙水圧である。

ここでは要素メッシュの再分割によって要素の全応力状態が変化しないものと仮定して、要素メッシュ再分割後の要素の間隙水圧  $p_{eR}$  は、再分割前の要素の間隙水圧  $p_e$  と要素メッシュ再分割にともなう要素の平均有効主応力の変化量をもとに次式によって決定した。

$$p_{eR} = p_e + \sigma'_m - \sigma'_{mR} \quad (2-42)$$

ここに、 $\sigma'_m$  は要素メッシュ再分割前の平均有効主応力、 $\sigma'_{mR}$  は要素メッシュ再分割後の要素の平均有効主応力である。

以上の方針によって土～水連成有限要素法における要素メッシュの再分割は完了するが、その妥当性を検証するために、図2-7に示すような解析モデルを用いて土の一次元圧密問題の解析を行う。要素メッシュの再分割は、図2-8に示すように計算ステップごとにモデル内の全ての要素の幾何学的形状が同じになるようを行うものとした。解析では、土粒子骨格を等方線形弾性体として、土粒子骨格の弾性係数E、ポアソン比 $\nu'$ および透水係数kを図2-7に示すように設定した。要素メッシュ再分割を行わない場合の解析解の精度を落とし要素メッシュの再分割による効果を検証し易くするために、解析時間ステップは大きなものを設定した。

図2-9はメッシュの再分割を行った場合と行わない場合の土～水連成有限要素法解析結果とTerzaghiの一次元圧密理論値との比較を上面の沈下量から求まる平

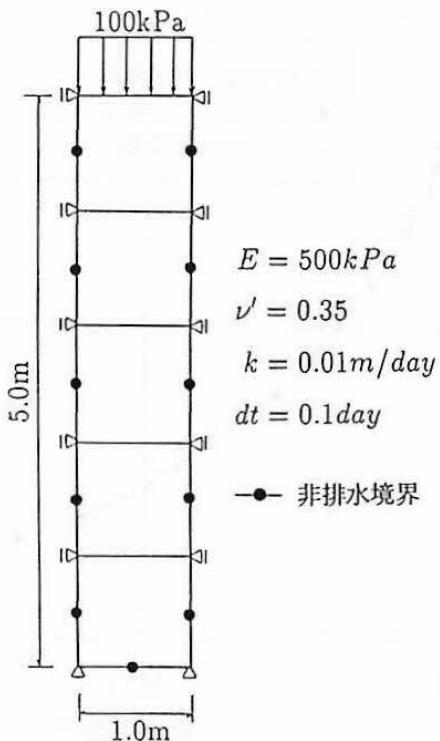


図2-7 一次元圧密問題の解析モデル

有限要素メッシュ再分割

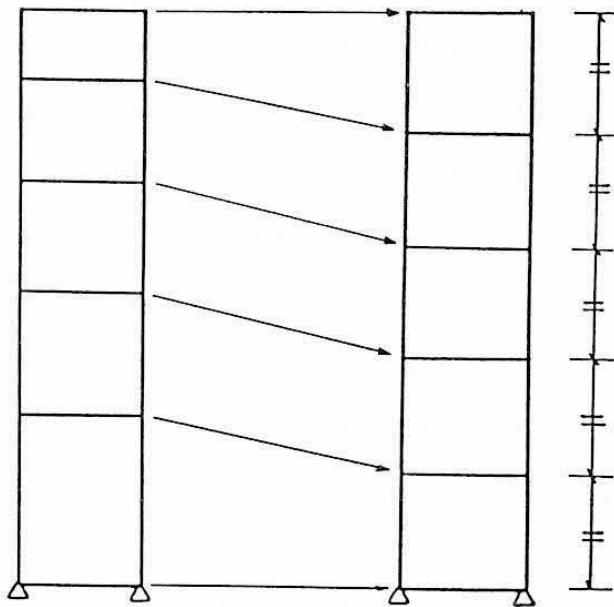


図2-8 一次元圧密問題の有限要素メッシュの再分割

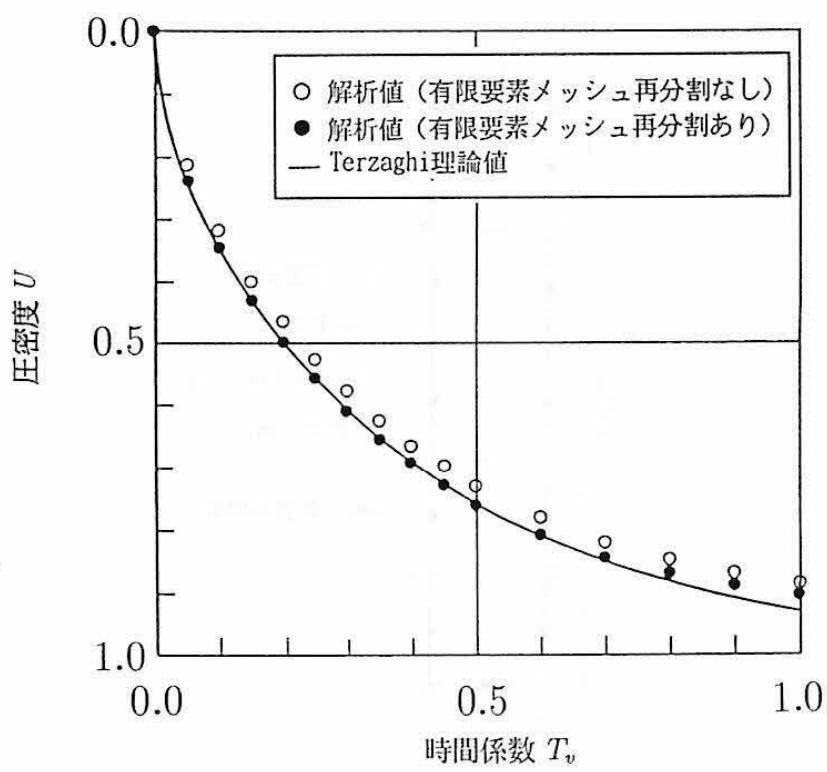
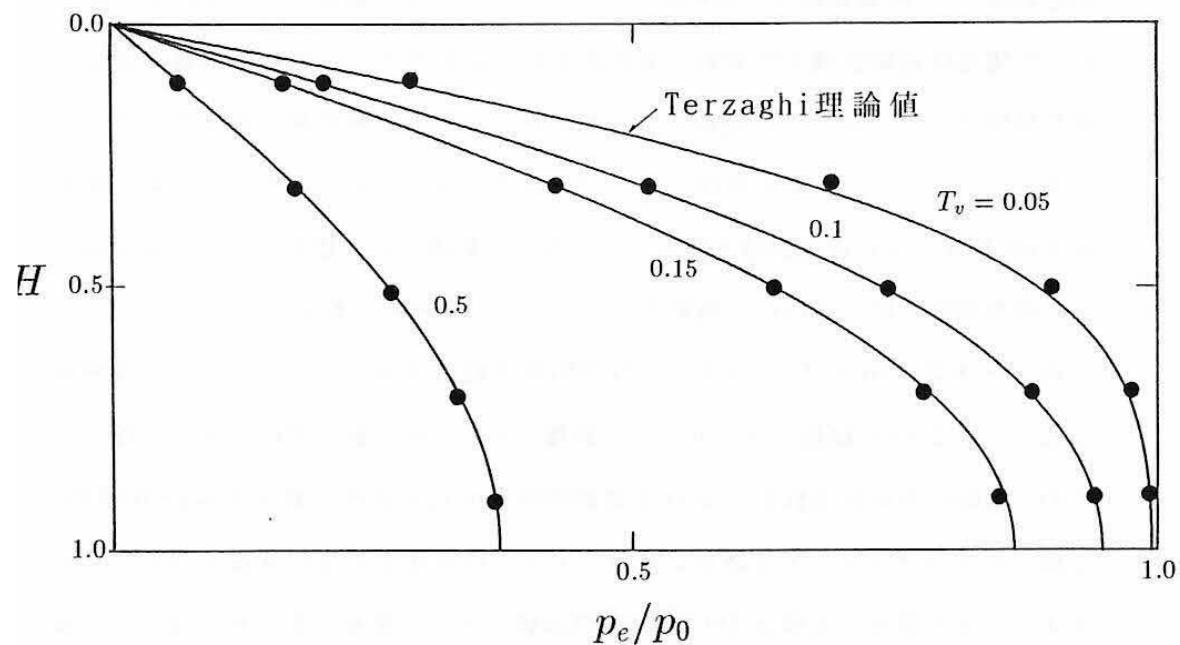
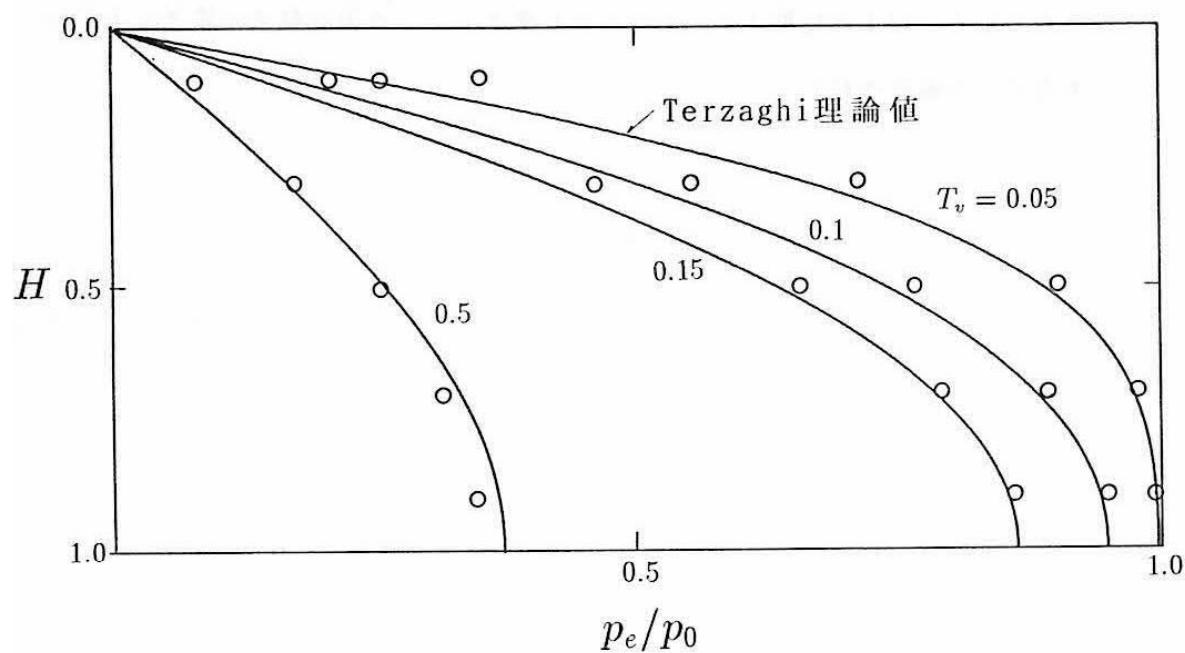


図2-9 圧密度  $U$  と時間係数  $T_v$  の関係

均圧密度  $U$  と時間係数  $T_v$  の関係で示したものである。要素メッシュの再分割を行った場合は過剰間隙水圧分布の平均化が行われるために、上載圧力載荷直後の過剰間隙水圧の分布が Terzaghi の理論値に近くなるので解析解の精度が向上している。しかしながら、解析時間ステップを大きく設定しているために平均圧密度が 85% 程度以上の過剰間隙水圧が小さくなつた範囲では、要素メッシュ再分割による過剰間隙水圧の平均化の効果が小さくなるので誤差が多少大きくなっている。このことは図 2-10(a)(b) に示すような等時圧密曲線を描くことによってより明確になる。図 2-10 の縦軸は排水面からの距離  $z$  をモデルの高さ  $H (= 5.0\text{m})$  で除したもの、横軸は各時間係数  $T_v$  における過剰間隙水圧  $p_e$  の値を上載圧力  $p_0 (= 100\text{kPa})$  で除したものであり、ある時刻におけるモデル内の圧密の進行状況を示したものである。また図中の実線は Terzaghi の理論値である。図から明らかなように、要素メッシュの再分割を行つた場合(図 2-10(a))には動水勾配の大きい載荷直後の排水面近くでの計算精度が再分割を行わない場合(図 2-10(b))に比べて大きく改善されている。以上の結果より、上述した要素メッシュの再分割法は妥当なものであることが確認された。



(a)有限要素メッシュ再分割あり



(b)有限要素メッシュ再分割なし

図2-10 等時圧密曲線

#### (4) 掘削要素を用いた有限要素法によるシールド機切羽の進行状況

ここで、試験的に図2-11に示すようなシールド縦断面方向の2次元解析モデルを用いて、均一な地盤の平面ひずみ弹性有限要素法解析を行い、掘削要素を配置しない場合とシールド機切羽前方に厚さ10cmの掘削要素を配置した場合のシールド機切羽面の進行状況を比較した。解析に用いたパラメータは表2-1に示すとおりである。

地盤、シールド機および掘削要素は簡単のために地盤の透水係数を除いて等方な弾性体とした。地盤の弾性係数およびポアソン比は実際の土に近いものを用い、またシールド機の変形は考慮しないものとして、シールド機の弾性係数は充分に大きな値 ( $E=2.0 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2 (1.96 \times 10^8 \text{kN/m}^2)$ )、ポアソン比は0.5に近い値 ( $\nu=0.499$ ) を採用した。掘削要素の弾性係数は便宜的に地盤要素と同じ値とした。前述のように、地盤の取り込み現象をモデル化するためには掘削要素はシールド機掘進方向に比較的大きく変形する必要があるので、掘削要素のポアソン比には小さい値 ( $\nu = 0.100$ ) を用いた。掘削要素には掘削要素の重心点の深さに作用する側方全土圧に相当する圧力を作用させ、その圧力と等価な節点力をシールド機要素および掘削要素に接する地盤要素に作用させた。これはシールド機切羽面の圧力と切羽前方の地盤の土圧が平衡状態にあることに対応している。シールド機とそれに接する地盤の間にはジョイント要素を配置して、シールド機掘進に伴う周面摩擦の影響を考慮した。

解析では、地表面以外の変位境界およびシールド機要素と地盤とが接する境界は非排水境界とし、さらに掘削要素とそれに接する地盤との境界を非排水境界として掘削要素と地盤の間で間隙水の出入りのない状態を想定した。

図2-12はシールド機要素をジャッキ推進力を想定した200tf(1.96MN)の節点外力によって掘進させた場合の、シールド機切羽の進行状況を示したものである。図2-12(a)が掘削要素を配置しない場合、また図2-12(b)が掘削要素を配置した場合の解析結果を示している。両図の比較から明らかなように、掘削要素を用いない

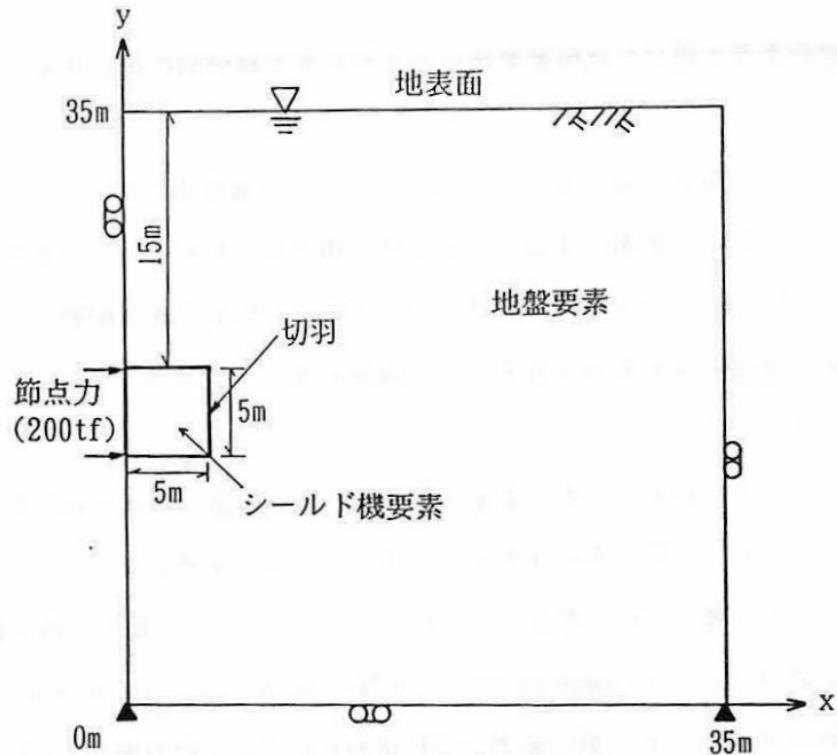
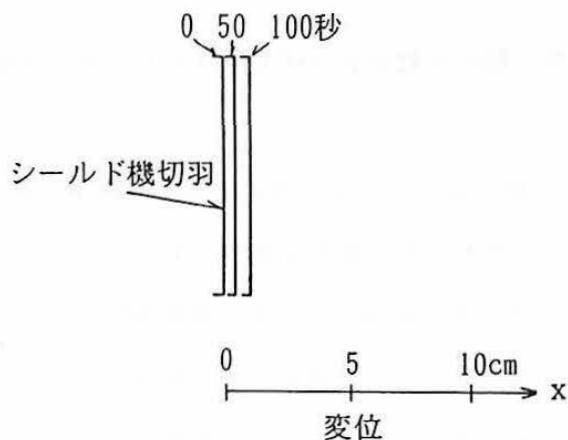


図2-11 2次元解析モデル

表2-1 入力パラメータ

要素	パラメータ
シールド機要素	弾性係数E $2.0 \times 10^7 \text{tf/m}^2$ ( $1.96 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ ) ポアソン比ν 0.499 単位体積重量γ $3.00 \text{tf/m}^3$ ( $29.4 \text{kN/m}^3$ )
掘削要素	弾性係数E $50.0 \text{tf/m}^2$ ( $4.9 \times 10^3 \text{kN/m}^2$ ) ポアソン比ν 0.100 単位体積重量γ $1.62 \text{tf/m}^3$ ( $15.9 \text{kN/m}^3$ )
粘性土地盤要素	弾性係数E $50.0 \text{tf/m}^2$ ( $4.9 \times 10^3 \text{kN/m}^2$ ) ポアソン比ν 0.333 鉛直方向透水係数k <sub>z</sub> $1.0 \times 10^{-7} \text{cm/s}$ 水平方向透水係数k <sub>x</sub> $2.0 \times 10^{-6} \text{cm/s}$ 単位体積重量γ $1.62 \text{tf/m}^3$ ( $15.9 \text{kN/m}^3$ )
ジョイント要素	降伏値τ <sub>y</sub> $0.5 \text{tf/m}^2$ ( $4.9 \text{kN/m}^2$ )
	時間ステップ 0.01秒

(a)掘削要素なし



(b)掘削要素あり

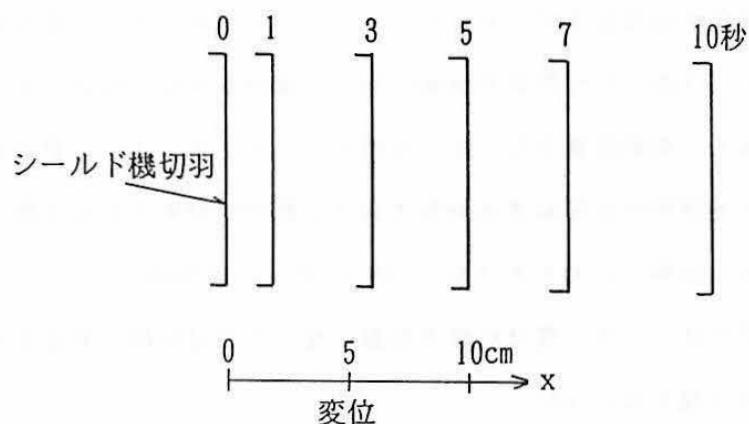


図2-12 シールド機切羽の進行状況の比較

で解析を行った場合はシールド機切羽の進行がほとんどみられないのに対し、掘削要素を用いて解析を行った場合は時間の経過とともにシールド機切羽が進行している。

### 2.3 3次元弾塑性有限要素法解析の概要および入力パラメータの決定法

実際のシールドトンネル工事では、シールド機の後方に配置されたジャッキの推力や利用するジャッキの組み合わせを経時的に変化させることによってシールド機の方向制御が行われている。その結果、シールド機掘進時にシールド機の姿勢は刻々と変化し、シールド機のピッキング等の3次元的なシールド機の姿勢の変化が生じる。また大都市におけるシールドトンネル工事では既設の地下構造物や構造物の基礎等が近接して存在する場合が多く、シールドトンネルが施工される地盤の境界条件は複雑多岐にわたるため、シールドトンネル工事の合理的な設計を行ううえで3次元的な効果を無視し得ない場合が少なくない。そこで、ここでは前節に示した掘削要素を用いて、実際のシールドトンネル工事の施工過程を考慮した3次元弾塑性有限要素法解析を行う。解析の対象とした工事は、東京近郊の沖積粘性土地盤で行われた土被り32.8mの土圧系気泡シールド工事である。なお、本解析ではシールド機は粘性土地盤に比べて充分に剛であると考えシールド機の変形は考慮していない。

#### (1) 解析の概要

解析にはシールド機および掘削要素に弾性体の構成則、また粘性土地盤の構成則には弾塑性関口・太田モデル(Ohta・Sekiguchi,1979)を用いた。対象とする解析時間が比較的短期間であるので粘性土の二次圧密のようなクリープ変形は無視できると仮定して、関口・太田モデルの粘性項は考慮していない。それぞれの速度型構成関係式は以下に示すとおりである。

シールド機および掘削要素(弾性体モデル):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = C_{ijkl}^e \dot{\sigma}_{kl} \quad (2-43)$$

ここに、 $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ : 弾性ひずみ速度テンソル、 $C_{ijkl}^e$ : 弾性ひずみ～応力マトリクスおよび  
 $\dot{\sigma}_{kl}$ : 弾性応力速度テンソル

粘性土地盤要素(弾塑性関口・太田モデル):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\kappa \sigma_m'}{D(1+e_0)\sigma_m'} \delta_{ij} + \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} + \dot{\varepsilon}_v^p \left\{ \frac{\delta_{ij}}{3} + \frac{\frac{3}{2\eta^*}(\eta_{ij} - \eta_{ij0})}{M - \frac{3S_{kl}}{2\eta^*\sigma_m'}(\eta_{kl} - \eta_{kl0})} \right\} \quad (2-44)$$

$$\dot{\varepsilon}_v^p = MD \frac{\dot{\sigma}_m'}{\sigma_m'} + D\dot{\eta}^* \quad (2-45)$$

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}(\eta_{kl} - \eta_{kl0})(\eta_{kl} - \eta_{kl0})} \quad (2-46)$$

ここに、 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ : ひずみ速度テンソル、 $\kappa$ : 膨潤指数、 $D$ : ダイレイタンシー係数、 $\sigma_m'$ : 平均有効主応力、 $\delta_{ij}$ : クロネッカーデルタ、 $S_{ij}$ : 偏差応力テンソル、 $G$ : せん断弹性係数、 $M$ : 限界状態パラメータ、 $\eta_{ij} = \frac{S_{ij}}{\sigma_m'}$ 、添え字<sub>0</sub>は圧密終了時の状態を表している。

シールド機の掘進は、実際のシールドトンネル工事で施工されたジャッキ推進力およびジャッキパターンをシールド機要素の後方の該当する節点に節点力として作用させることによって行った。シールド機後方のジャッキ配置は図 2-13 に示すとおりである。解析に用いた有限要素法モデルは図 2-14 に示すとおりであり、要素には 3 次元 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた。シールド機の外径は 3.737m、シールド機の延長は 5.67m であり、解析開始時にシールド機要素はテール面の y 座標が 2m になるように配置され y 軸正方向に掘進する。

シールド機切羽前方に厚さ 20cm の掘削要素を配置し、掘削要素には現場施工時の気泡エアーアー圧力を作用させた。なお、本解析ではシールド機のテールボイド部への裏込め注入およびシールド機と地盤の間の周面摩擦の影響を考慮して、それ

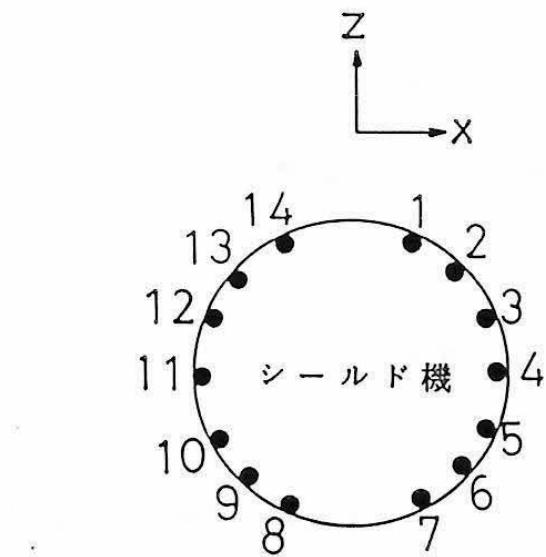


図2-13 シールド機推進ジャッキの配置

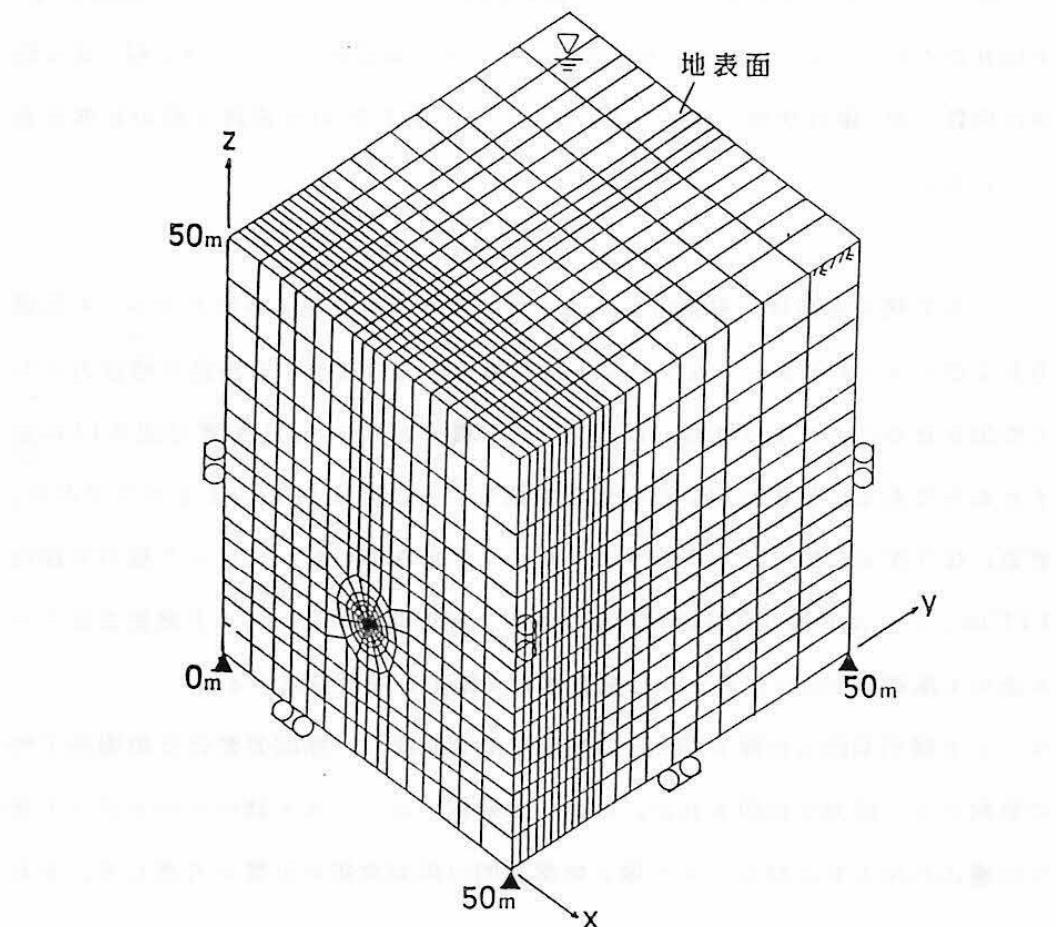


図2-14 3次元解析モデル

ぞれ次のようにして評価した。

シールドトンネル工事ではシールド機テール通過直後にシールド機の外径とセグメントの外径の差によってテールボイドが発生し地盤の応力は解放される。実際の工事ではテールボイド発生に伴う地盤の応力解放による地盤変形を防止するためにシールド機テール部において同時裏込め注入工が施工される。解析ではこの状況をモデル化するためにシールド機要素のテールが通過して応力が解放された部分の粘性土地盤要素に、裏込め注入圧と等価な節点力を作用させて粘性土地盤要素をシールド機の半径方向に押し抜け、裏込め注入圧作用後は節点の変位を固定した。またシールド機と地盤の間の周面摩擦およびすべりの影響を評価するために、シールド機の周面とそれに接する地盤の間にせん断応力が降伏値に達すると剛性がゼロに近くなるジョイント要素を配置した。

粘性土地盤の変形解析は3次元圧密問題として取り扱い、2.2に示した土～水連成解析を行い粘性土骨格の変形と間隙水の排水の両者を考慮した。解析では、地表面を除く変位境界およびシールド機要素・掘削要素が地盤と接する境界は非排水条件とした。

## (2) 入力パラメータおよび粘性土地盤の初期状態の決定

解析に用いた入力パラメータは表2-2に示すとおりである。粘性土地盤の入力パラメータは現場の複数の深さの土について実施された土質試験の結果に基づいて決定した。なお土質試験から直接決定できないパラメータは、飯塚・大田ら(1985)によってまとめられた方法を用いて決定した。

材料の弾塑性応力～変形挙動は材料が過去に受けた応力履歴に依存する。地盤もこの例外ではなく、地盤の弾塑性応力～変形挙動の解析では、地盤の有効応力履歴を考慮して降伏値を決定するとともに、解析の初期状態の地盤がどのような有効応力状態、間隙水圧状態にあるかを明確にする必要がある。一方、飽和地盤の応力～変形挙動は地盤を構成する土粒子骨格の変形と間隙水の移動に支配される

表2-2 入力パラメータ

要素	パラメータ
シールド機要素	弾性係数E $2.0 \times 10^7 \text{tf/m}^2$ ( $1.96 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ )
	ポアソン比ν 0.499
	単位体積重量γ $3.00 \text{tf/m}^3$ ( $29.4 \text{kN/m}^3$ )
掘削要素	弾性係数E $14.1 \text{tf/m}^2$ ( $138.3 \text{kN/m}^2$ )
	ポアソン比ν 0.100
	単位体積重量γ $1.62 \text{tf/m}^3$ ( $15.9 \text{kN/m}^3$ )
粘性土地盤要素	圧縮指数λ 0.320
	膨潤指数κ 0.054
	ポアソン比ν' 0.355
	静止土圧係数K' <sub>0</sub> 0.55
	限界状態パラメータM 1.05
	圧密降伏応力σ' <sub>0</sub> 図2-15
	初期鉛直有効応力σ' <sub>iz</sub> 図2-15
	初期水平有効応力σ' <sub>ix</sub> =σ' <sub>iy</sub> =K' <sub>0</sub> σ' <sub>iz</sub> 圧密降伏応力時の間隙比e <sub>0</sub> 図2-16
	初期間隙比e <sub>z</sub> 図2-16
	鉛直方向透水係数k <sub>z</sub> 図2-17
	水平方向透水係数 $k_x = k_y = 20 \text{ k}_z$ $\lambda - \kappa$
	ダイレイタンシー係数 D = $\frac{M(1+e_0)}{M(1+e_0)}$
	土粒子の比重G <sub>s</sub> 2.680
	飽和単位体積重量γ 平均 $1.62 \text{tf/m}^3$ ( $15.9 \text{kN/m}^3$ )
ジョイント要素	降伏値τ <sub>y</sub> $0.5 \text{tf/m}^2$ ( $4.9 \text{kN/m}^2$ )

ため、解析の初期状態における地盤の間隙比、透水係数の評価は重要である。そこで以下に解析初期状態の粘性土地盤要素の圧密降伏応力、有効応力状態、間隙水圧、間隙比および透水係数の決定法を述べる。

#### (a) 解析開始時の粘性土地盤要素の圧密降伏応力 $p'_{c0}$

現場の複数の深さの粘性土について実施された標準圧密試験結果をもとに最小自乗法によって深さzにおける圧密降伏応力  $p'_{c0}(z)$  を近似し、粘性土地盤要素の

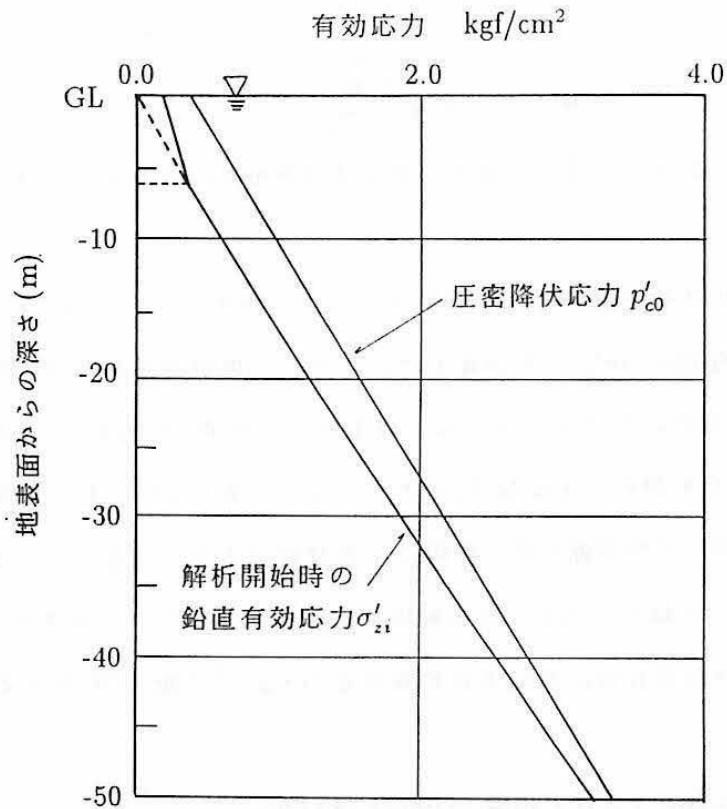


図2-15 圧密降伏応力  $p'_{c0}$  および解析開始時の  
鉛直有効応力  $\sigma'_{zi}$  の深さ方向の分布状況

重心点の深さ  $z$  における圧密降伏応力を求め解析開始時の要素の圧密降伏応力  $p'_{c0}$ とした。図 2-15 は圧密降伏応力  $p'_{c0}$  の深さ方向の分布状況を示したものである。

(b) 解析開始時の粘性土地盤要素の有効応力状態  $\sigma'_i$  および間隙水圧  $u_i$

現場の複数の深さにおいて実施された粘性土の含水量試験結果をもとに最小自乗法によって深さ  $z$  における粘性土の含水比  $w(z)\%$  を決定し、粘性土が飽和状態にあると仮定して次式を用いて深さ  $z$  における粘性土の飽和単位体積重量  $\gamma_{sat.}(z)$ を求めた。

$$\gamma_{sat.}(z) = \gamma_w \frac{1 + \frac{w(z)}{100}}{\frac{1}{G_s} + \frac{w(z)}{100}} \quad (2-47)$$

ここに、 $G_s$ は土粒子の比重、 $\gamma_w$ は水の単位体積重量 ( $=1.0\text{tf/m}^3=9.81\text{kN/m}^3$ ) である。

次に飽和単位体積重量の深さ方向の分布 $\gamma_{sat.}(z)$ をもとに、次式によって深さ $z$ における鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}(z)$ を決定した。ただし、地表面付近では圧密降伏応力 $p'_{c0}$ に比べ鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}$ が小さくなり過圧密比( $OCR$ )が増大する(地表面では $OCR = \infty$ )ため静止土圧係数 $K_0$ が大きくなり、また(d)において後述する圧密降伏応力状態での地表面付近の間隙比 $e_0$ を決定できなくなるので、地表面付近の過圧密比が2を越えて大きくなる範囲(地表面から深さ-6.2mまで: z座標値 $>43.8m$ )では鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}$ を圧密降伏応力 $p'_{c0}$ の $\frac{1}{2}$ の値( $OCR = 2$ )とした。

(地表面 G.L.-6.2m)より深い地盤 ( $0.0m \leq z \leq 43.8m$ )

$$\sigma'_{zi}(z) = (\gamma_{sat.}(z) - \gamma_w) \cdot z \quad (2-48)$$

地表面から深さ G.L.-6.2mまで ( $43.8m \leq z \leq 50.0m$ )

$$\sigma'_{zi}(z) = \frac{p'_{c0}(z)}{2} \quad (2-49)$$

図2-15に鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}$ の深さ方向の分布状況を併せて示している。粘性土地盤要素の重心点の深さ $z$ における鉛直有効応力を解析開始時の要素に作用する鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}$ とし、さらに静止土圧状態( $K_0 = 0.55$ )の側圧 $\sigma'_{xi} = \sigma'_{yi} = K_0 \cdot \sigma'_{zi}$ が作用した状態を要素の有効応力状態 $\sigma'_i$ とした。解析開始時の粘性土地盤要素の間隙水圧 $u_i$ は要素の重心点における静水圧とした。

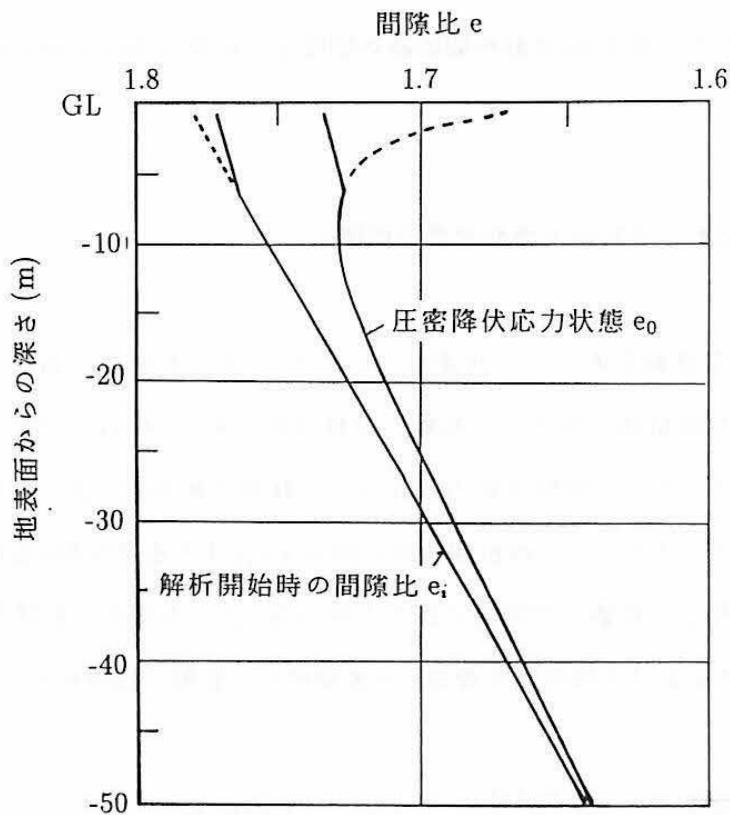


図2-16 解析開始時の間隙比  $e_i$  および圧密降伏応力状態の間隙比  $e_0$  の深さ方向の分布状況

(c) 解析開始時の粘性土地盤要素の間隙比  $e_i$

(b) で求めた深さ  $z$  における含水比  $w(z)\%$ と比重  $G_s$ を用いて飽和地盤を仮定した次式により深さ  $z$  における間隙比  $e_i(z)$  を決定し、要素の重心点の深さ  $z$  における間隙比を解析開始時の粘性土地盤要素の間隙比  $e_i$ とした。

$$e_i(z) = \frac{w(z)}{100} \cdot G_s \quad (2-50)$$

ただし、(b) に示した理由から鉛直有効応力  $\sigma'_{zi}$  が圧密降伏応力  $p'_{c0}$  の  $\frac{1}{2}$  未満になる

範囲では鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}$ が圧密降伏応力 $p'_{c0}$ の $\frac{1}{2}$ になる深さにおける間隙比を解析開始時の間隙比とした。図2-16は解析開始時の間隙比 $e_i$ の深さ方向の分布状況を示したものである。

#### (d) 圧密降伏応力における粘性土地盤要素の間隙比 $e_0$

図2-15に示した鉛直有効応力 $\sigma'_{zi}$ と圧密降伏応力 $p'_{c0}$ の深さ方向の分布状況からわかるように、解析開始時に深さ $z$ の粘性土地盤は過圧密比 $OCR = \frac{p'_{c0}(z)}{\sigma'_{zi}(z)}$ の過圧密状態にある。そこで、圧密降伏応力 $p'_{c0}(z)$ から有効土被り圧 $\sigma'_{zi}(z)$ を差し引いた値が除荷されているとして、解析開始時の間隙比 $e_i(z)$ と膨潤指数 $\kappa$ を用いて次式により圧密降伏応力状態の間隙比の深さ方向分布 $e_0(z)$ を求め、粘性土地盤要素の重心点の深さにおける間隙比を要素の圧密降伏応力状態の間隙比 $e_0$ とした。

$$e_0(z) = e_i(z) - \kappa \cdot \ln\left(\frac{p'_{c0}(z)}{\sigma'_{zi}(z)}\right) = e_i(z) - \kappa \cdot \ln(OCR) \quad (2-51)$$

圧密降伏応力における粘性土地盤の間隙比の深さ方向分布 $e_0(z)$ を示すと図2-16のようになる。

#### (e) 粘性土地盤要素の透水係数 $k$

深さ $z$ における粘性土地盤の鉛直方向の透水係数の $k_z(z)$ は、飯塚ら(1985)が提案した方法を用いて、(a)および(d)でそれぞれ求めた圧密降伏応力 $p'_{c0}(z)$ および圧密降伏応力時の間隙比 $e_0(z)$ をもとに算定した。図2-17は鉛直方向の透水係数の深さ方向の分布状況を示したものである。図中の白丸は現場の異なった深さの土について行った標準圧密試験によって求められた圧密降伏応力を跨ぐ荷重段階の透水係数を示したものである。飯塚らの方法によって計算した透水係数と標準圧密試験によって求められた透水係数には比較的よい一致がみられる。解析

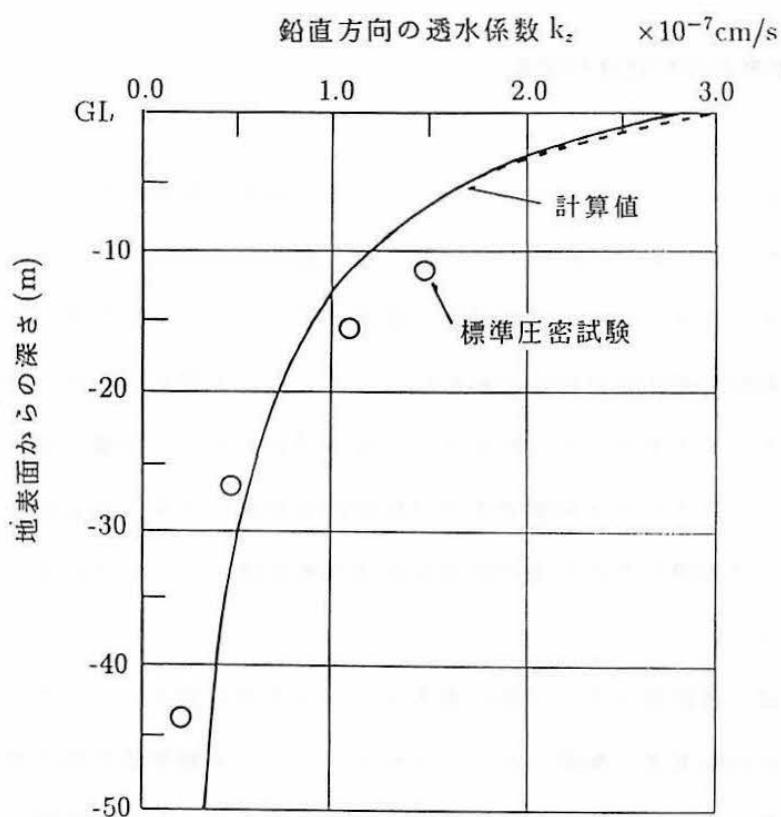


図2-17 鉛直方向の透水係数  $k_z$  の深さ方向の分布状況

では粘土地盤要素の重心点の深さ  $z$  における透水係数を要素の鉛直方向の透水係数  $k_z$  とした。また水平方向の透水係数  $k_x$  および  $k_y$  は一般に鉛直方向の透水係数  $k_z$  に比べ大きいとされているが (cf. 地下水ハンドブック, 1989)、ここでは水平方向の透水係数を実験的に求めていないので便宜的に鉛直方向の透水係数の 20 倍 ( $k_x = k_y = 20k_z$ ) とした。

### (3) 堀削要素の材料特性の決定

堀削要素はシールド機切羽前方部のカッター切削や切羽泥水の混合等によって地盤が攪乱された部分に対応しているため、堀削要素の材料特性は堀削の状況によって大きく変化し、その材料定数を厳密に決定することは困難である。しかしながら、堀削要素は有限要素法解析によってシールド機掘進に伴う地盤の取り込み現象をモデル化するために配置された要素であるため、地盤の取り込み現象が適切にモデル化されれば堀削要素の材料特性を厳密に決定する必要はない。そこで、解析では簡単のために堀削要素を等方な弾性体として以下のように弾性係数を決定した。

解析では、各計算ステップ毎に要素メッシュが再分割されシールド機要素前方に同寸法の堀削要素が配置されることから、シールド機掘進に伴う地盤の取り込み量は、各計算ステップにおける堀削要素の体積変化と形状変化量に対応して決まる。したがって、地盤の取り込み現象は堀削要素の弾性係数の大小に左右される。そこで、堀削要素の弾性係数を変化させて現場で実際に施工されたジャッキパターン、ジャッキ推進力および気泡圧を用いた解析を行い、解析値と現場でのシールド機の掘進距離が一致するように堀削要素の弾性係数を決定した。

堀削要素の弾性係数を決定するための解析は、シールド機通過に伴う地盤挙動の予測という点を踏まえて、実際に解析を行う範囲のデータは使用せず、シールド機が実際に解析を行う範囲に到達する以前に現場で施工されたジャッキパターン、ジャッキ推進力および気泡圧力のデータを用いて行った。なお、堀削要素のポアソン比は 2.2(4) に示した解析と同様に  $\nu = 0.100$  とした。解析によって決定された堀削要素の弾性係数は表 2-2 に示すとおり  $1.41 \text{kgf/cm}^2 (138.3 \text{kN/m}^2)$  である。

さて、現場の粘性土について行われた土質試験結果からシールド機切羽位置の不攪乱状態の粘性土の非排水せん断強度  $c_u$  は  $0.56 \text{kgf/cm}^2 (54.9 \text{kN/m}^2)$  であり、液性指数  $I_L$  は 0.93 であった。この値をもとに三笠によって提案されている非排水せ

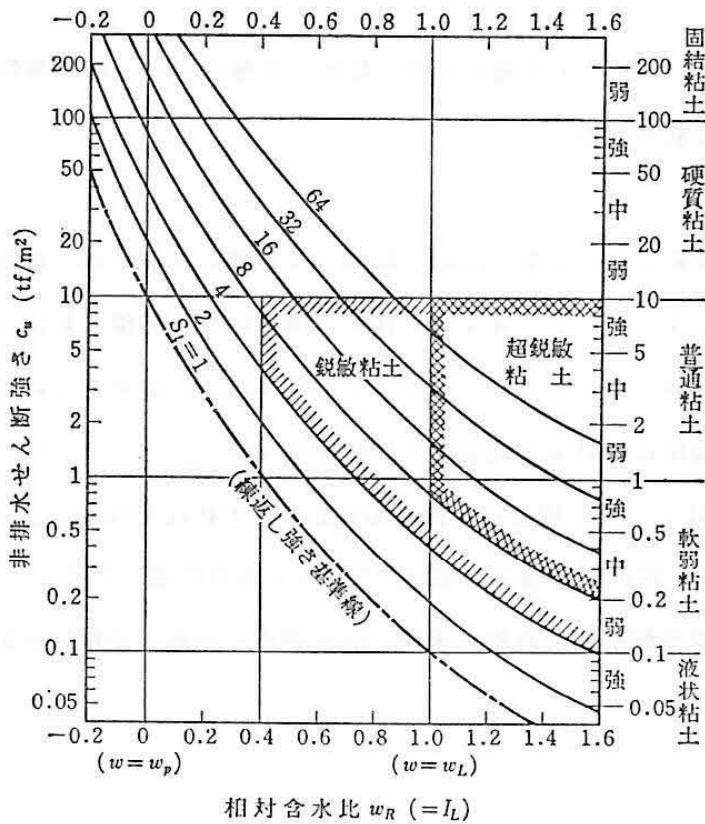


図2-18 土の状態図(土質試験法, 1979)

ん断強度と液性指数と鋭敏比の状態図(図2-18、cf. 土質試験法, 1979)から鋭敏比 $S_t$ を推定して、現場の粘性土の攪乱された状態の非排水せん断強度を求めるところ $0.014\text{kgf/cm}^2(1.37\text{kN/m}^2)$ となった。上述の解析によって求まった掘削要素の弾性係数は攪乱された状態の粘性土の非排水せん断強度 $c_u$ の100倍程度の値であり、従来提案されている粘土の弾性係数の推定式 $E \simeq 120c_u$ (Nishida, 1967)から求められる弾性係数にはほぼ対応した値となっている。

## 2.4 シールドトンネル掘削に伴う粘性土地盤の応力～変形挙動およびシールド機の姿勢の変化状況

解析の対象とした工事では図2-19に示す位置に配置された層別沈下計および間隙水圧計によって、シールド機の接近・通過に伴う地盤の鉛直変位、間隙水圧が経時的に計測されている。そこでここでは3次元有限要素法によって計算された解析値と現場における計測値との比較を行う。

図2-20はシールド機通過に伴う地表面の沈下状況と地中に設けられた計測点の沈下状況の、解析値と現場の層別沈下計による計測値の比較を示したものである。図中の実線が解析値、破線が現場での計測値である。横軸は解析開始時からの経

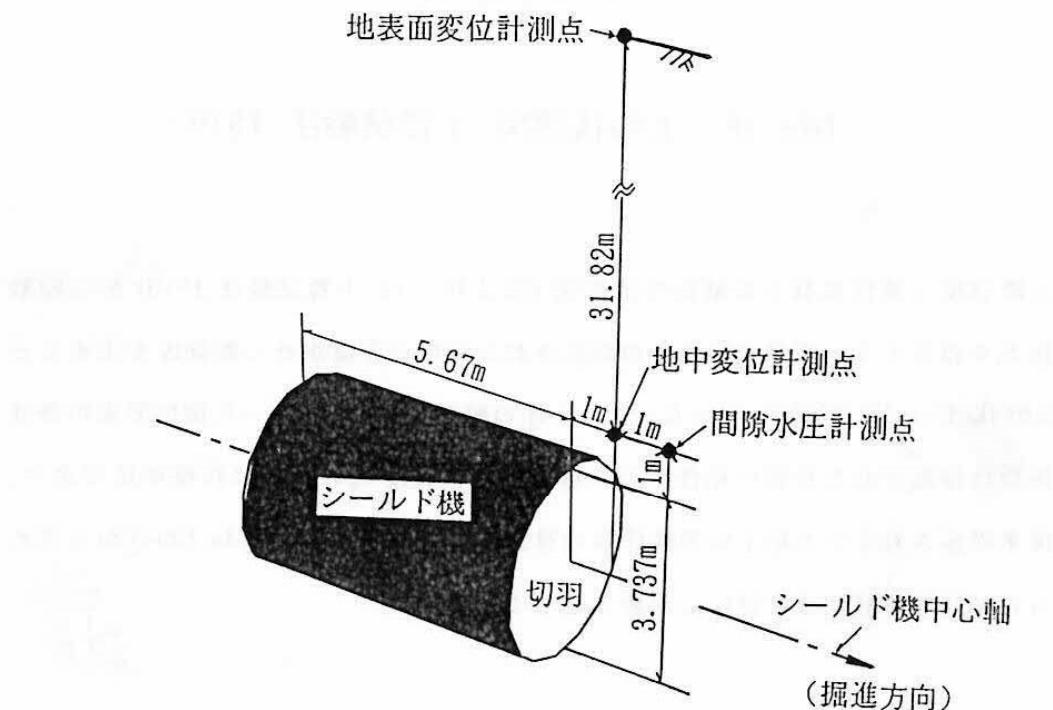


図2-19 層別沈下計および間隙水圧計の配置位置

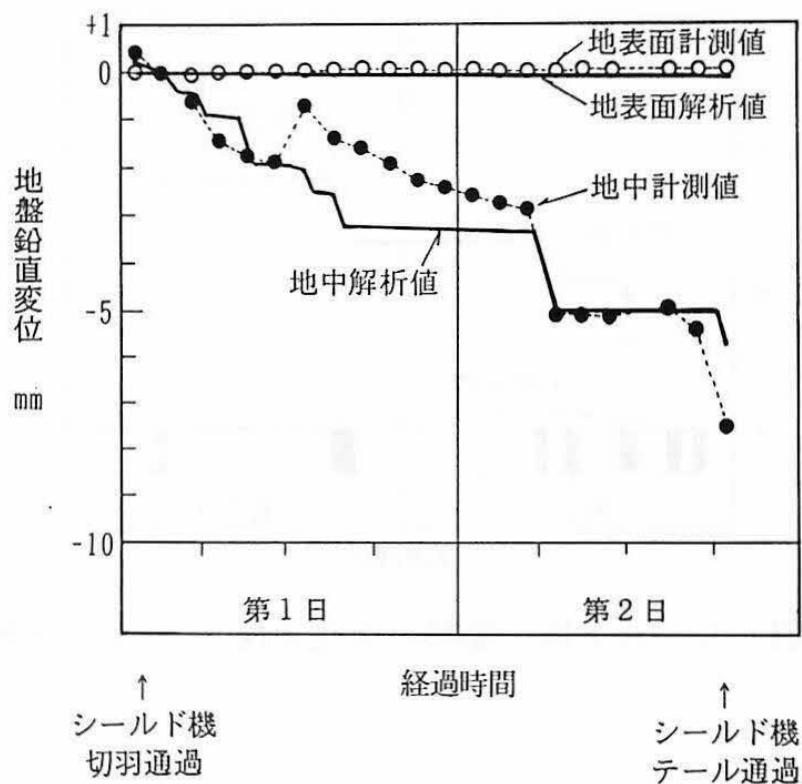


図2-20 地盤の鉛直方向変位の発生状況

過時間である。解析によって得られた地中の計測点の変位状況は、シールド機切羽が計測点位置を通過後約10時間経過した時点で現場での計測値に瞬間的な地盤の隆起が見られるため経時的な沈下の値に多少の差があるものの現場での計測値と同様の傾向を示し、テール通過直前の沈下の絶対量は計測値とほぼ一致した値となっている。また地表面の変位状況は現場での計測値とよい一致を示した。なおシールド機のテール部が計測点位置を通過した直後に解析を終了したため、テールボイド発生に伴う地盤沈下量は現場での計測値に比べて小さくなっている。

図2-21は、シールド機掘進に伴うシールド機の姿勢の変化状況のうち、現場において計測が行われたシールド機の鉛直方向の傾斜角度 $\theta$ (図2-22に示すピッチング角度)の変化状況を示したものである。図中の実線が現場での実測値、破線が解析値であり、解析における傾斜角度はシールド機要素の中心軸の水平方向に対する傾斜角度である。また図中に工事においてシールド機の掘進が行われた時点

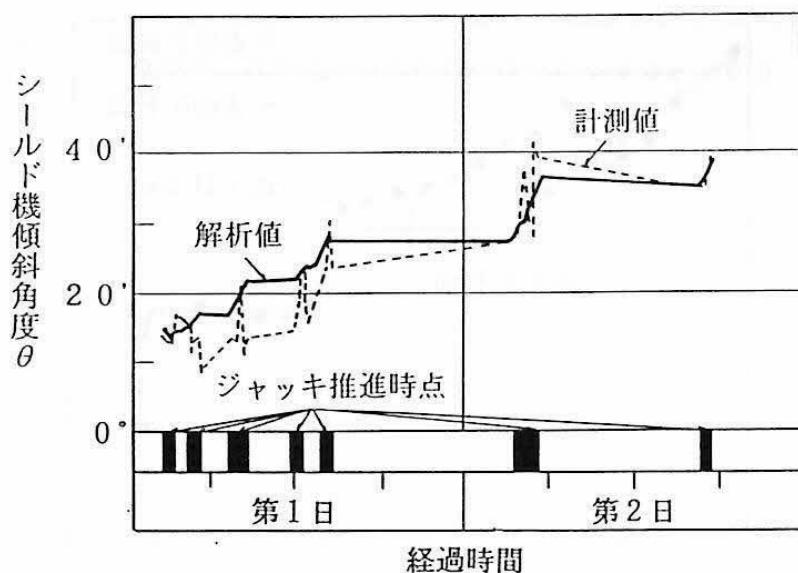


図2-21 シールド機の姿勢の変化状況(ピッティング角度)

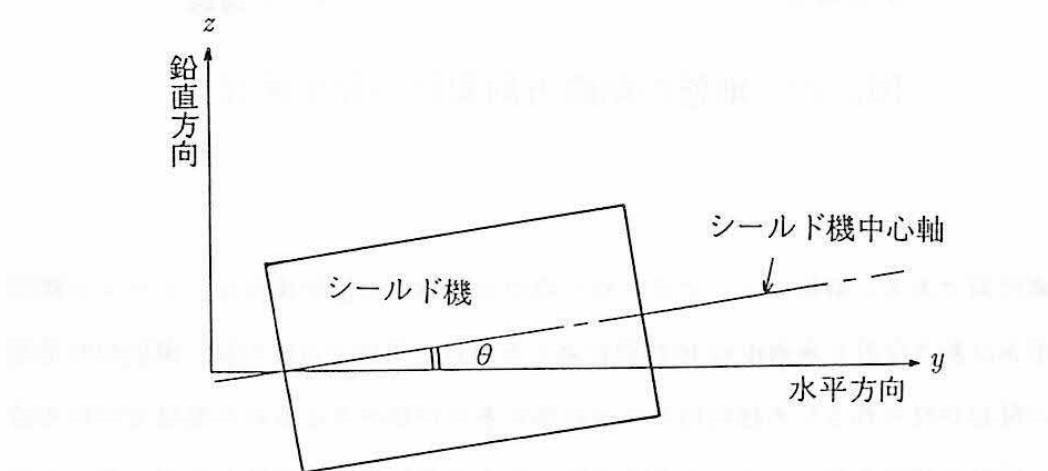


図2-22 シールド機のピッティング角度

を示した。図2-21から明らかなように、シールド機の姿勢の変化はシールド機掘進時に大きく発生しており、シールド機停止時にはシールド機の姿勢の変化はほとんど見られない。解析の対象とした工事ではシールド機は水平方向よりも上向

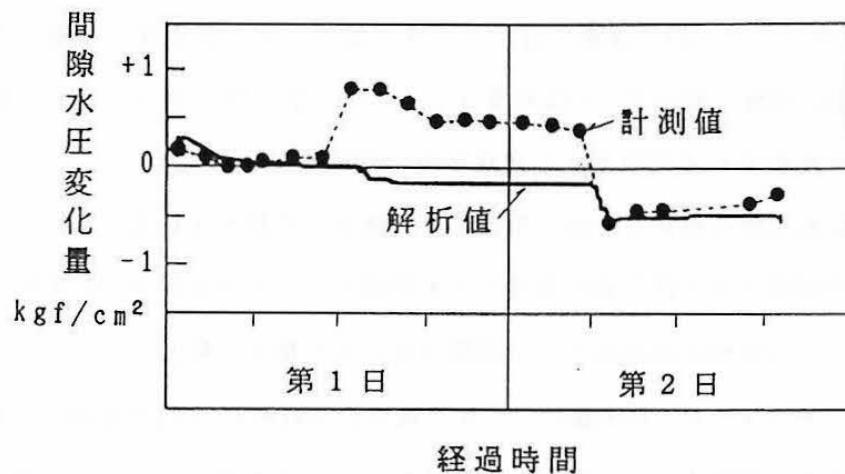


図2-23 間隙水圧の変化状況(クラウン部上部)

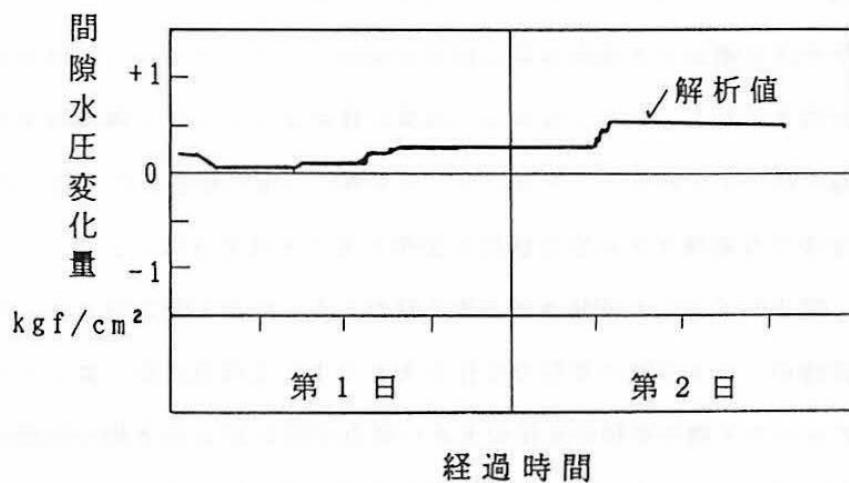


図2-24 間隙水圧の変化状況(インバート部直下部)

きに掘進しており、その傾斜角度θはシールド機の掘進に伴って増加している。このようにシールド機が上向きに掘進しピッティング角度が増加する状況では、剛性の大きなシールド機の姿勢の変化に伴いクラウン部ではシールド機が地盤から離れるように移動するため地盤の応力は減少し、一方インバート部では地盤の押し上げによって地盤の応力が増加することが予想される(安田・岡本ら,1991)。そこで、シールド機クラウン直上部およびシールド機インバート直下部のシールド機掘進に伴う間隙水圧の変化状況を示したものが図2-23、図2-24である。

図 2-23 はシールド機の通過に伴うシールド機クラウン直上部の間隙水圧変化状況の現場計測値と解析値との比較を示したもの、また図 2-24 はシールド機インパート直下部における間隙水圧の変化状況の解析値を示したものである。なお、解析では飽和地盤を仮定して解析開始時の間隙水圧を静水圧状態としたため、解析開始時の間隙水圧の絶対量が現場での実測値よりも  $0.4\text{kgf}/\text{cm}^2(39.2\text{kN}/\text{m}^2)$  大きいのでここでは解析開始時からの間隙水圧の変化量を比較した。

図 2-23 に示すように、計測値にシールド機切羽通過後約 10 時間経過した時点で瞬間に大きな間隙水圧の上昇がみられるものの、全体的にはシールド機クラウン直上部の間隙水圧は計測値、解析値共に減少する傾向を示している。一方、シールド機インパート直下部では間隙水圧は上昇する傾向を示している。このような、シールド機のクラウン直上部において間隙水圧の減少、またインパート下方部において間隙水圧の増加する傾向が見られる理由の一つとしてシールド機の自重による影響が考えられる。しかしながら、地盤に作用するシールド機の自重はシールド機通過中は一定であることから、シールド機の自重の影響だけで図 2-23、図 2-24 に示すような間隙水圧の変化状況を説明することはできない。

図 2-23、図 2-24 に示した間隙水圧の変化量が大きい時点と図 2-21 に示したシールド機掘進時のシールド機の姿勢の変化が大きく生じる時点とが一致していること、同様にシールド機の姿勢の変化の大きい時点で図 2-20 に示す地中計測点での地盤変位が大きく出ていることは、地盤の変形や応力状態の変化がシールド機の姿勢の変化によって生じていることを裏付けるものになっている。

## 2.5 結論

本章では、新たに開発した土～水連成有限要素法によるシールド機切羽前面の掘削状況のモデル化について述べ。このモデル化を組み込んだ土～水連成3次元弾塑性有限要素法解析によってシールドトンネル工事のシールド機推進ジャッキの利用データを外力条件とした粘性土地盤の応力・変形挙動の解析を行った。さらに、地盤の変位状況、間隙水圧の変化状況およびシールド機の姿勢の変化状況の解析結果と現場での実測結果との比較に基づいて、シールドトンネル工事に伴う地盤変形の発生機構について基礎的な考察を行った。本章の研究の成果を要約すると以下のとおりである。

- (1) 本解析の特徴であるシールド機切羽面における地盤の攢乱領域を想定した掘削要素の導入と掘削要素の変形および掘削要素、地盤要素の再分割によるシールドトンネル切羽の掘削現象のモデル化によって、従来困難とされたジャッキ推進力によるシールド機掘進の解析が可能となった。
- (2) 土～水連成解析における有限要素メッシュの再分割法にあたっては、メッシュ再分割に伴う要素の有効応力の変化量に基づいて間隙水圧の補正を行う方法を提案した。提案したメッシュ再分割法の妥当性は Terzaghi の1次元圧密理論との比較に基づいて証明された。
- (3) シールド機切羽面における地山掘削および掘削土の取り込み状況は掘削要素の変形によってモデル化されるため、掘削要素の弾性係数の大小によってシールド機の推進速度は左右される。掘削要素の弾性係数はシールド機掘進状況の解析値と現場での実測値の比較によって決定され、その値は攢乱された状態の粘性土

の弾性係数に近い。

(4) ジャッキ推進力によるシールド機の掘進とシールド機切羽における地盤の取り込み現象をモデル化した3次元弾塑性有限要素法解析の結果、地盤の変位状況、間隙水圧の変化状況およびシールド機の姿勢の変化状況は実際の工事における計測結果と一致を示した。

(5) シールド機通過中の地盤の変形、間隙水圧の変化はシールド機掘進時に大きく発生し、シールド機掘進時のシールド機の姿勢の変化に密接に関係している。

## APPENDIX 2-A

力のつり合い式(2-1)では土粒子骨格の構成則に関してなんら規定をもうけていないので、ここでは簡単のため土粒子骨格が等方な線形弾性体であると仮定して次式が成立するものとする。

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \tilde{\lambda} \dot{\varepsilon}_{ij} \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (2-A-1)$$

ここに、 $\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}$ は Lamé の定数、 $\delta_{ij}$ は Kronecker のデルタ記号である。

上式を用いて(2-1)の力のつり合い式を変位  $u_i$  と過剰間隙水圧  $p_e$  で表すと、次式の Navier の方程式を得る。

$$\tilde{\mu} \nabla^2 \dot{u}_i + (\tilde{\lambda} + \tilde{\mu}) \frac{\partial \dot{\varepsilon}_v}{x_i} + \frac{\partial \dot{p}_e}{\partial x_i} = 0 \quad (2-A-2)$$

ここに、 $\varepsilon_v$  は体積ひずみ ( $\varepsilon_v = \varepsilon_{ij} \delta_{ij}$ ) である。

赤井・田村(1978)は Biot(1941)が示した力のつり合い式(2-1)中の過剰間隙水圧が体積変化を拘束する幾何学的条件になり得ることを変分法の立場から以下のように説明している。

過剰間隙水圧  $p_e$  が存在しない場合には力のつり合い式は次式の全ポテンシャルエネルギー  $\Phi[\dot{u}_i]$  の停留条件として解釈される。(Washizu, 1968)

$$\Phi[\dot{u}_i] = \int_V W(\dot{u}_i) dV - \int_{\Gamma_s} T_i \dot{u}_i dS \quad (2-A-3)$$

ここに、 $W(\dot{u}_i)$  は

$$W(\dot{u}_i) = \frac{1}{2} \tilde{\lambda} \dot{\varepsilon}_v^2 + \mu \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (2-A-4)$$

で表される単位体積あたりのひずみエネルギーであり、 $T_i$  は応力境界  $\Gamma_s$  上での既知な表面力である。

一方、飽和土では既知関数  $g(x_i)$  による体積ひずみの拘束条件、

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{g}(x_i) \quad (2-A-5)$$

を満足しなければならない。したがって、体積ひずみの拘束条件のもとでの全ボテンシャルエネルギー  $\Phi[\dot{u}_i]$  の停留条件は、Lagrange の未定乗数  $w(x_i)$  を用いた次式の停留条件となる。(cf. Lanczos, 1992)

$$\Phi^*[\dot{u}_i, w] = \Phi[\dot{u}_i] + \int_V w(x_i)(\dot{\varepsilon}_v - \dot{g}(x_i))dV \quad (2-A-6)$$

$\Phi^*[\dot{u}_i, w]$  の第一変分をとると停留条件の一部として、

$$\tilde{\mu} \nabla^2 \dot{u}_i + (\tilde{\lambda} + \tilde{\mu}) \frac{\partial \dot{\varepsilon}_v}{\partial x_i} + \frac{\partial w}{\partial x_i} = 0 \quad (2-A-7)$$

が得られ、上式と (2-A-2) 式の比較によって体積ひずみの拘束条件にかかる Lagrange 乗数  $w$  が過剰間隙水圧に対応していることが明らかになる。

## APPENDIX 2-B

力のつり合い式 (2-1)、

$$\dot{\sigma}'_{ij,j} + \dot{p}_{e,i} = 0 \quad (2-B-1)$$

の両辺に変位境界  $\Gamma_u$  であるような試験関数(仮想変位)  $\dot{u}_i$  を乗じて体積  $V$  で積分す

ると、

$$\int_V \dot{\sigma}'_{ij} \dot{u}_i dV + \int_V \dot{p}_e \dot{u}_i dV = 0 \quad (2-B-2)$$

を得る。ガウスの発散定理を用いて上式を部分積分すると、

$$\begin{aligned} & \int_S \dot{\sigma}'_{ij} \dot{u}_i n_i dS - \int_V \dot{\sigma}'_{ij} \dot{u}_{i,j} dV + \int_S \dot{p}_e \dot{u}_i n_i dS - \int_V \dot{p}_e \dot{u}_{i,j} dV \\ &= \int_S (\dot{\sigma}'_{ij} n_i + \dot{p}_e n_i) \dot{u}_i dS - \int_V \dot{\sigma}'_{ij} \dot{u}_{i,j} dV - \int_V \dot{p}_e \dot{u}_{i,j} dV = 0 \end{aligned} \quad (2-B-3)$$

ここに、 $S$ は領域の境界の面積 ( $S = \Gamma_u \cup \Gamma_\sigma$ )、 $n_i$ は境界での外向き単位法線ベクトルである。

変位境界  $\Gamma_u$  では  $\dot{u}_i = 0$  であるので上式は、

$$\int_{\Gamma_\sigma} (\dot{\sigma}'_{ij} n_i + \dot{p}_e n_i) \dot{u}_i dS - \int_V \dot{\sigma}'_{ij} \dot{u}_{i,j} dV - \int_V \dot{p}_e \dot{u}_{i,j} dV = 0 \quad (2-B-4)$$

となる。

一方、応力境界  $\Gamma_\sigma$  における応力境界条件は、 $T_i$  を応力境界における全応力と等価な表面力ベクトルとして、

$$\dot{\sigma}'_{ij} n_i + \dot{p}_e n_i = \dot{T}_i \quad (2-B-5)$$

と表せるので、変位～ひずみ関係式を導入して (2-A-11) 式を整理すると、次式の仮想仕事式が導かれる。

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_V \dot{p}_e \dot{\varepsilon}_v dV = \int_{\Gamma_\sigma} \dot{T}_i \dot{u}_i dS \quad (2-B-6)$$

## 第2章参考文献

赤井浩一・田村武(1978)

弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析：土木学会論文報告集, 第269号, 土木学会, p.95~104

赤木寛一・小宮一仁(1991)

シールド工事における切羽の切削に伴う粘性土地盤の変形挙動について：第26回土質工学研究発表会発表講演集, 土質工学会, pp.1181~1184

飯塚敦・太田秀樹・良峰透(1985)

弾粘塑性有限要素法における入力パラメータの決定法：第20回土質工学研究発表会発表講演集, 土質工学会, pp.973~974

飯塚敦(1988)

軟弱地盤の変形・安定解析に関する基礎的研究：京都大学博士論文, p.35~43

飯塚敦・八嶋厚(1989)

3次元弾粘塑性連成有限要素プログラムの開発：土木学会第44回年次学術講演会講演概要集第3部, 土木学会, p.970~971

亀村勝美・桑田尚史(1992)

泥土圧シールド掘進時の地盤挙動とその3次元数値解析：山留めとシールド工事における土圧・水圧と地盤の挙動に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, p.281~284

谷口健男 (1992)

「F E M のための要素自動分割」, 森北出版

地下水ハンドブック (1989)

地下水ハンドブック編集委員会編, 建設産業調査会,p.170

土質試験法 (1979)

第 2 回改訂版, 土質工学会,p.491

橋本正・高見邦幸・中廣敏幸・八谷誠 (1988)

切羽およびテールボイドの影響を考慮したシールドトンネルの地盤変形解析について：第 23 回土質工学研究発表会発表講演集, 土質工学会,pp.1941~1942

早川敦・本多隆・松井幹雄・太田秀樹 (1984)

有限要素法による山留め挙動の解析 (その 1)：第 19 回土質工学研究発表会発表講演集, 土質工学会,pp.1117~1120

森麟・赤木寛一 (1980)

シールド工事に伴う軟弱粘性土の乱れに基づく圧密沈下: トンネルと地下, vol.11, No.8, 日本トンネル技術協会, p.15~19

森麟・赤木寛一・栗原和夫 (1986)

粘性土地盤中のシールド機の周面摩擦力に基づく土の動きに関する基礎的研究：土木学会第 41 回年次学術講演会講演概要集第 3 部, 土木学会, p.827~828

安田秀幸・岡本嘉彦・今西馨・書川康一・倉岡豊 (1991)

大断面泥水シールドの地盤沈下に及ぼす施工要因：第26回土質工学研究発表会発表講演集, 土質工学会, pp.1833~1834

山上拓男・田村武(1989)

有限要素法による数値解析入門 5. 地盤の圧密解析：土と基礎, vol.37, No.2, p.98~101

山田孝治・吉田保・間片博之・橋本定雄(1986)

沖積地盤におけるシールド掘進に伴う地盤変状とその予測解析について：土木学会論文集, 第373号 VI-5, 土木学会, p.103~112

Biot,M.A.(1941)

General theory of three-dimensional consolidation : Journal of Applied Physics, vol.12, pp.155~164

Christian,J.T.・Boehmer,J.W.(1970)

Plane strain consolidation by finite elements : Proc. ASCE., vol.94, SM4, pp.1435~1457

Lanczos,C.(1992)

「解析力学と変分原理」(高橋康監訳、一柳正和訳)：日刊工業新聞社, p.34~125

Nishida,Y.(1967)

Some notes on elastic modulus of clay soils : Proc. of South East Asian Conference for Soil Engineering, p.87~93

Ohta,H.・Sekiguchi,H.(1979)

Constitutive equations considering anisotropy and stress reorientation in clay :  
Proc.of Third International Conference on Numerical Method in Geomechanics,  
vol.1,Aachen,pp.475~484

Sandhu,R.S. • Wilson,E.L.(1969)

Finite-element analysis of seepage in elastic media : Proc.ASCE.,vol.95,EM3,  
pp.641~652

Terzaghi,K.(1923)

Die berechnung der durchlassigkeitziffer des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen,(Reprinted in From theory to practice in soil mechanics,New York,John Wiley and Sons,1960)

Washizu,K.(1968)

Variational Methods in Elasticity and Plasticity : Pergamon Press



The theme of the first issue of "KOMIYA KENKYU" is "The first publications of the modelling and analyses of the Komiya's remeshing method".

I think that the most important achievement of my PhD.Thesis was the invention of a numerical analysis method for solving the physical phenomena caused by the ground excavation and advance of the shield tunnelling machine. A completely new idea was required for the numerical analysis model of ground excavation at the cutting face of the shield machine. I would like to clarify the origin of my ideas that led to the completion of this model at the end of this English edition of Thesis;

'Let us suppose that a (driving) force has acted upon a certain object (phenomenon), changing its shape (state). The question of how the change will affect the shape of an arbitrary portion of the object and where said portion will end up after the change can be predicted with relative ease, because a variety of analysis methods already exist. However, the reverse of this problem is incredibly difficult to solve—learning where a region with the arbitrary shape (state) of an arbitrary portion of an object (phenomenon) that has already changed shape (state) was in said object (phenomenon) before said object (phenomenon) changed shape (state), and what shape the region was in. During my doctoral research I realized that if the latter problem could be solved, it would be possible to solve complex problems in which physical conservation laws do not hold—such as problems involving the source and annihilation of an arbitrary portion of the interior of a boundary, which are not simple or straightforward.'

Having realized this, I constructed a theory using applied mathematics to solve the problem in question and created a method of numerical analysis to derive a concrete solution. The method created in this way is the so-called remeshing method. I used this this method of my own inspiration to successfully analyze and derive a solution to a problem in which the law of conservation of mass does not hold true when evaluating complex mixtures comprised of solids, liquids and gases. The solution I derived agreed with the results of observations of natural phenomena with great precision, proving that the theory and method of analysis I had proposed were correct. I sincerely hope that young people will learn, use, discuss, and criticize my theories and methods, and create better models.

This book includes two publications: the academic paper in which my numerical modelling was first proposed, and the Chapter 2 of my doctoral dissertation on the theory, formulation, accuracy verification, and reproducibility of the analytical method.

Kazuhito Komiya  
22nd March 2023